

Lois de comportement et modélisation des sols

par **Jean-Pierre MAGNAN**

*Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées
Directeur technique du pôle géotechnique
Laboratoire central des Ponts et Chaussées (LCPC)
Professeur de mécanique des sols et des roches
École nationale des Ponts et Chaussées (ENPC)*

et **Philippe MESTAT**

*Ingénieur civil des Ponts et Chaussées
Chef de la section Rhéologie et modélisation des sols
Laboratoire central des Ponts et Chaussées (LCPC)*

1. Mécanique des milieux continus appliquée aux sols	C 218 -	2
1.1 Lois de comportement et mécanique des milieux continus	—	2
1.2 Écriture d'une loi de comportement pour un matériau	—	2
1.3 Restrictions imposées aux lois de comportement	—	3
1.4 Fonctionnelle mémoire et écriture incrémentale	—	3
1.5 Lois de comportement et essais de laboratoire	—	4
2. Lois de comportement des sols	—	4
2.1 Introduction	—	4
2.2 Principes de modélisation du comportement des sols	—	4
2.3 Schémas théoriques de comportement	—	4
2.4 Essais de laboratoire et lois de comportement des sols	—	5
2.5 Lois de comportement des argiles naturelles	—	6
2.6 Lois de comportement des sables	—	7
3. Développement et validation des lois de comportement	—	8
3.1 Principes de développement d'une loi de comportement	—	8
3.2 Aspect tridimensionnel des lois de comportement	—	9
3.3 Lois de comportement usuelles	—	9
3.4 Exemples de lois de comportement évoluées	—	10
4. Modélisation des massifs de sols saturés	—	17
4.1 Modèles de calcul pour les massifs de sols saturés	—	17
4.2 Présentation succincte de la méthode des éléments finis	—	18
4.3 Modélisation des interactions sols-fluide-structures	—	18
4.4 Approche simplifiée : comportements à court terme et à long terme	—	18
4.5 Méthode des éléments finis et élaboration des modèles	—	19
4.6 Pratique de la modélisation numérique	—	21
4.7 Calculs prévisionnels et limitations actuelles des modèles numériques	—	21
5. Conclusion et perspectives	—	22
Références bibliographiques	—	22

Dans toute étude géotechnique, la modélisation est une étape décisive qui conditionne la qualité des analyses de diagnostic ou de prévision du comportement des sols et des ouvrages. Un modèle n'est pas seulement une série d'équations représentant le comportement physique ou mécanique du sol, c'est aussi une représentation géométrique de l'espace, qui délimite les couches ou

volumes occupés par chaque matériau (sol, roche, eau, béton, métal, géosynthétiques, etc.) et précise la place des conditions aux limites et des interfaces, avec leurs conditions de contact.

Les modèles utilisés dans les études de mécanique des sols sont très divers. Les méthodes de calcul classiques admettent en général des géométries simplifiées (couche de sol homogène, massif semi-infini) et réduisent souvent le comportement du sol à des relations unidimensionnelles (théorie de la consolidation) ou bidimensionnelles planes (calculs de stabilité de pente, soutènements) ou axisymétriques (réseaux de drains ou de colonnes, pieux, galeries de tunnels). Les calculs tridimensionnels sont limités aux équations de l'élasticité linéaire pour les fondations superficielles et à certaines études d'écoulements. Les relations entre les forces ou contraintes et les déplacements ou déformations sont souvent linéaires et isotropes pour les calculs de déformations, et de type « rigide-plastique » pour les calculs de stabilité.

Les progrès des ordinateurs et des méthodes d'analyse numérique permettent de dépasser les limitations géométriques et rhéologiques des méthodes de calcul traditionnelles et d'aborder l'étude de problèmes aux géométries et lois de comportement complexes, combinant les concepts classiques de compressibilité, de consolidation primaire et de compression secondaire, de résistance au cisaillement, d'états limites de poussée-butée ou de portance. Cette approche globale passe par la définition d'une loi de comportement spécifique à chaque type de sol et par l'utilisation de techniques numériques appropriées.

Le développement de ces lois de comportement (ou modèles rhéologiques) s'appuie à la fois sur les schémas théoriques de la mécanique des milieux continus (élasticité, plasticité, viscosité et leurs combinaisons) et sur les résultats d'études expérimentales en laboratoire et en place. Suivant l'influence dominante, on peut ainsi obtenir soit des lois très complexes, qui cherchent à reproduire les moindres fluctuations des courbes expérimentales, soit des modèles plus simples qui se limitent à la représentation des aspects essentiels du comportement des sols réels.

1. Mécanique des milieux continus appliquée aux sols

1.1 Lois de comportement et mécanique des milieux continus

Une loi de comportement exprime les relations existant entre les contraintes (les contraintes effectives, dans le cas d'un sol saturé) et les déformations d'un petit élément de volume macroscopique de matériau [25] [26] [28]. La connaissance de cette loi est indispensable pour rendre complet le système des équations de la mécanique des milieux continus ou du calcul des structures. En effet, tout problème de mécanique comporte quinze inconnues, à savoir les six composantes indépendantes du tenseur des contraintes (σ_{ij}), les six composantes indépendantes du tenseur des déformations (ε_{ij}) et les trois composantes du champ de déplacements (u_i). Pour résoudre le problème, on dispose de trois équations scalaires traduisant l'équilibre local du système mécanique et de six équations cinématiques exprimant les déformations à partir des dérivées partielles du champ de déplacements :

$$\sigma_{ij,j} + f_i - \rho \ddot{u}_i = 0$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$$

où les f_i représentent les composantes des forces de masse et ρ la masse volumique du matériau. La virgule dans les indices permet de distinguer la dérivation par rapport à une composante des coordonnées : par exemple, $u_{i,j}$ représente la dérivation de la composante u_i du déplacement par rapport à la composante j des coordonnées (x_j). La notation \ddot{u}_i symbolise la dérivation seconde de la composante u_i du déplacement par rapport au temps.

La résolution du problème nécessite donc six équations complémentaires ; ces équations sont fournies par la loi de comportement, qui relie le tenseur des contraintes au tenseur des déformations. Les six équations de comportement peuvent prendre des formes très diverses, mais le schéma élastoviscoplastique permet une description relativement satisfaisante du comportement des massifs de sol sous des sollicitations monotones.

1.2 Écriture d'une loi de comportement pour un matériau

Élaborer une loi de comportement pour un matériau consiste à construire une relation fonctionnelle permettant d'exprimer les efforts intérieurs (contraintes) en fonction des grandeurs cinématiques décrivant la déformation du milieu étudié [41]. L'écriture du modèle mathématique est effectuée dans le cadre de la mécanique des milieux continus et doit respecter quelques règles formelles [31], dont certaines sont liées à des principes physiques universels (principe de causalité, principe d'action locale, principes

de la thermodynamique) et les autres à des conditions d'invariance dans un changement de repère ou dans son mouvement (invariance tensorielle, indifférence matérielle). Les lois de comportement doivent aussi respecter les symétries du comportement des matériaux.

1.3 Restrictions imposées aux lois de comportement

D'une façon générale, les grandeurs physiques ont besoin d'un repère pour être exprimées (sauf les grandeurs représentées par des scalaires) ; les grandeurs physiques que l'on veut relier par une loi de comportement doivent être intrinsèques, c'est-à-dire indépendantes du repère d'expression choisi, et être donc soit des scalaires, soit des tenseurs (par définition, une grandeur tensorielle est invariante lors du changement de son repère).

La loi de comportement est donc une relation exprimant une grandeur tensorielle en fonction de variables elles-mêmes tensorielles. Les grandeurs définissant cette application doivent elles aussi avoir un caractère tensoriel ou intrinsèque, c'est-à-dire être indépendantes des axes pour une configuration de référence fixée [9].

Les principes physiques cités plus haut correspondent aux conditions suivantes [8] [9] [41] :

- le principe de **causalité**, ou du **déterminisme**, suppose que la connaissance des mouvements passé et présent suffit à déterminer les contraintes actuelles dans un matériau ;

- le principe d'**action locale** suppose que les mouvements des points situés à une distance finie d'un point matériel P n'influent pas sur l'état des contraintes défini en P ;

- le principe du **milieu continu matériellement simple** suppose que l'histoire du mouvement du voisinage immédiat du point P considéré est donnée par l'histoire du premier gradient de déformation en P ;

- le principe d'**indifférence matérielle**, ou principe d'**objectivité**, suppose que les équations de comportement doivent être indépendantes du mouvement de l'observateur. En d'autres termes, la loi de comportement doit rester invariante dans tout changement continu de référentiel.

Dans la pratique, ces hypothèses sont suffisantes pour décrire le comportement des sols. Si l'on ne veut traiter que les petites transformations, l'ensemble des principes énoncés précédemment conduit à exprimer la loi de comportement en fonction de l'histoire des déformations :

$$\sigma_{ij}(t) = F_{ij}^*(\varepsilon_{kl}(\tau) ; \tau \leq t)$$

où l'ensemble des fonctions F_{ij}^* constitue une fonctionnelle F^* , appelée fonctionnelle mémoire.

1.4 Fonctionnelle mémoire et écriture incrémentale

L'existence de la fonctionnelle F^* , qui définit la loi de comportement, correspond à une réalité physique essentielle. En effet, si le comportement du matériau est irréversible, la connaissance de la déformation à un instant donné ne permet pas de déterminer de manière unique la contrainte à cet instant et, réciproquement, on peut associer une infinité de déformations différentes à un état de contrainte donné.

La forme de la fonctionnelle F^* n'est pas quelconque : Owen et Williams [34] (cité dans [5]) ont montré que, si l'on veut décrire les comportements irréversibles sous la forme d'une relation entre con-

traintes et déformations, cette relation doit être constituée d'une fonctionnelle non linéaire et non différentiable en tout point. Cette propriété constitue une difficulté fondamentale dans la construction de la fonctionnelle F^* . L'écriture incrémentale (et non plus globale) de la relation de comportement permet de contourner cette difficulté.

Toutefois, l'écriture générale d'une loi de comportement sous forme incrémentale est loin d'être simple, car il faut définir des vitesses de contraintes et de déformations respectant le principe d'indifférence matérielle. Les recherches expérimentales sur les lois de comportement incrémentales se limitent pour cette raison le plus souvent au cas des petites déformations, pour lesquelles le problème de la définition des vitesses se pose en termes plus simples. En effet, l'hypothèse des petites déformations permet de négliger les changements de géométrie trop importants, ce qui est relativement justifié dans le domaine du génie civil, où l'ordre de grandeur des déformations reste faible ; les vitesses de contraintes peuvent alors être confondues avec les incréments de contraintes infinitésimales.

La formulation incrémentale de la loi de comportement est obtenue en écrivant qu'une petite sollicitation appliquée pendant un temps dt induit une petite réponse déterminée et unique. L'application du principe de causalité se traduit par l'existence d'une fonction tensorielle F telle que :

$$F(d\sigma_{ij} ; d\varepsilon_{kl} ; dt) = 0.$$

La fonction F dépend de l'histoire antérieure du corps matériel et elle est a priori régulière pour la description des comportements homogènes mais elle peut ne plus l'être, voire ne plus exister, si des phénomènes de localisation de la déformation se produisent [5]. L'écriture incrémentale est à la base de pratiquement toutes les recherches menées en rhéologie des sols. La construction des fonctionnelles doit être effectuée avec rigueur et suivre les étapes décrites par Halphen et Huet [9] ou, à défaut, se placer dans un cadre très rigide, comme ceux proposés par les schémas théoriques existants (élasticité, hyperélasticité, hypoélasticité, plasticité).

Le comportement d'un matériau est caractérisé lorsque l'on a complètement décrit la fonctionnelle F^* , c'est-à-dire que l'on peut prévoir l'état des contraintes (σ_{ij}) lorsque l'on connaît l'histoire (quelconque) de la déformation (ε_{ij}). Pour définir cette fonctionnelle sur une base purement expérimentale, il faut analyser une série d'expériences de transformation homogène sur une éprouvette du matériau. Il est évidemment impossible de réaliser toutes les combinaisons possibles d'expériences et il subsiste toujours une certaine incertitude sur la loi de comportement. Certaines lois théoriques ne dépendent toutefois que d'un nombre limité de paramètres, dont l'identification est plus facile. L'adoption de lois prédéfinies (théorie de l'élasticité, etc.) facilite donc la détermination expérimentale des paramètres mais ne garantit pas la représentativité totale du modèle de calcul.

L'élaboration d'une loi de comportement doit également tenir compte d'un certain nombre d'aspects indépendants de la description du comportement d'un matériau : une bonne loi doit avoir une expression suffisamment simple pour être introduite dans un code de calcul numérique. Par ailleurs, elle doit comporter un nombre restreint de paramètres, facilement identifiables d'après les résultats d'essais *classiques* en laboratoire.

D'une manière générale, les lois de comportement des sols sont décrites en petites déformations et sous la forme incrémentale suivante :

$$d\sigma_{ij} = M_{ijkl}(\sigma_{nm}, d\sigma_{st}, dt) d\varepsilon_{kl}$$

ou

$$d\varepsilon_{ij} = H_{ijkl}(\sigma_{nm}, d\sigma_{st}, dt) d\sigma_{kl}$$

1.5 Loïs de comportement et essais de laboratoire

Les essais mécaniques réalisés en laboratoire sur des éprouvettes homogènes de matériau constituent le principal outil de détermination des lois de comportement des sols. L'homogénéité de l'éprouvette permet de déterminer un comportement moyen du sol à partir de mesures faites sur ses frontières. Elle constitue pour l'expérimentateur un souci permanent.

L'autre grande limite des études expérimentales sur éprouvettes en laboratoire réside dans les possibilités des matériels d'essai existants : les appareils les plus courants (appareils triaxiaux de révolution) permettent de faire varier deux contraintes principales seulement, c'est-à-dire seulement le tiers des variables des contraintes. Les directions des déformations principales restent constantes. On ne fait donc également varier simultanément que le tiers des variables de déformation. Il existe quelques appareils d'essai plus complexes (appareil triaxial « vrai », cylindre creux soumis à un couple de torsion, boîte de cisaillement simple) permettant de faire varier plus de paramètres de contraintes ou de déformations, mais leur utilisation reste confidentielle et ils ne permettent pas de déterminer les propriétés des sols pour les études courantes.

2. Loïs de comportement des sols

2.1 Introduction

Les matériaux naturels peuvent être regroupés en trois catégories : les roches, les sols pulvérulents (sols granulaires à forte perméabilité, par exemple la plupart des sables et les graves) et les sols cohérents (sols cohérents à faible perméabilité, par exemple la plupart des argiles et des limons). Ces matériaux ont des comportements relativement distincts. Il ne s'agit pas seulement d'un ordre de grandeur différent des caractéristiques de déformabilité et de résistance, mais bien d'un comportement différent du matériau, dû à sa formation au cours des temps géologiques et à l'histoire des chargements qu'il a subis ultérieurement. Les techniques expérimentales utilisées pour déterminer le comportement mécanique des sols et des roches (procédures de prélèvement, dimensions et préparation des éprouvettes, appareils d'essai, procédures opératoires) sont adaptées à ces classes de matériaux. Il faut noter particulièrement que le prélèvement des sables et graviers à l'état naturel est pratiquement impossible et que les lois de comportement déterminées en laboratoire correspondent à des matériaux reconstitués, dont la ressemblance avec les mêmes matériaux en place n'est pas assurée.

2.2 Principes de modélisation du comportement des sols

La démarche généralement suivie pour déterminer les lois de comportement des sols consiste à dégager des données expérimentales des concepts simplifiés traduisant les caractéristiques essentielles de leur comportement. Ces concepts sont ensuite assemblés pour construire un modèle s'appuyant sur les théories de base de la mécanique des milieux continus (élastoplasticité avec écrouissage et fluage).

2.3 Schémas théoriques de comportement

Les schémas de comportement élastique linéaire (isotrope ou anisotrope) ou élastoplastique parfait (élasticité linéaire associée à un critère de plasticité et à un potentiel plastique) sont les plus simples et les plus couramment utilisés par les ingénieurs géotechniciens. Les autres schémas sont de type incrémental et non linéaire : les lois de comportement qui en sont déduites, souvent appelées lois de comportement *évolues*, peuvent être classées en quatre grandes familles (figure 1) :

- les modèles élastiques non linéaires ou hypoélastiques et isotropes comme le modèle hyperbolique de Duncan et Chang [6] ;
- les modèles d'élastoplasticité avec écrouissage, avec une élasticité isotrope (linéaire ou non linéaire), comme les modèles Cam-Clay et leurs dérivés, ou avec une élasticité linéaire orthotrope comme le modèle MÉLANIE [19]. On distingue également les lois avec écrouissage positif et celles avec écrouissage négatif (prise en compte d'une résistance de pic et d'une résistance résiduelle) ;
- les modèles d'élastoplasticité à plusieurs mécanismes avec une élasticité isotrope non linéaire comme les modèles de Hujieux [12] et ses dérivés [1] [11], de Lade [14] et de Cambou-Jafari-Sidoroff [4] ;
- les modèles d'élastoplasticité intégrant la viscosité, comme le modèle de Sekigushi-Ohta [39], qui a été utilisé dans la modélisation des remblais lorsque le fluage joue un rôle important, et le modèle d'Oka et al. [33].

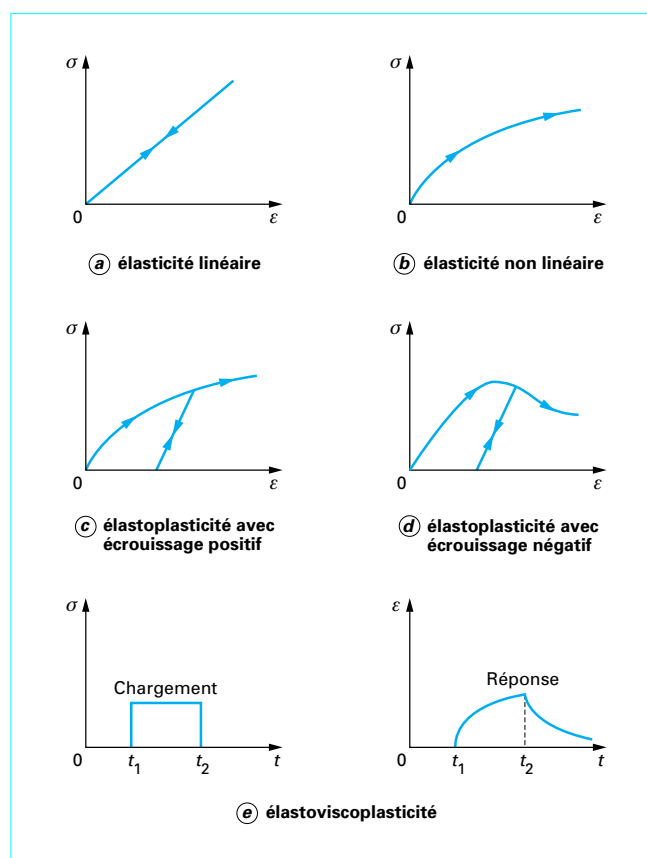


Figure 1 – Description schématique des principales lois de comportement

2.4 Essais de laboratoire et lois de comportement des sols

Suivant le type d'essais auquel elle est soumise, une éprouvette de sol peut manifester des comportements très divers, dont l'unité n'est pas toujours évidente. Les réponses obtenues dans les différents types d'essais ne sont pourtant que des facettes d'un même comportement global, qui traduit l'interaction des propriétés de déformabilité et de résistance du sol. Les données expérimentales utilisées pour définir ces lois de comportement proviennent d'essais triaxiaux classiques ou spéciaux et d'essais œdométriques.

2.4.1 Essais triaxiaux

Les études expérimentales à l'appareil triaxial constituent la base de la plupart des connaissances actuelles sur le comportement mécanique des sols (figure 2). De très nombreux types d'essais peuvent être réalisés dans une cellule triaxiale (cf. article *Résistance au cisaillement* dans cette rubrique) [46] :

- des essais de cisaillement drainé ou non drainé, précédé ou non d'une consolidation de l'éprouvette sous un champ de contraintes isotrope ou anisotrope ;
- des essais de consolidation anisotrope ;
- des essais de fluage ;
- des essais de type K_0 (à déformation latérale nulle) ;
- des essais drainés suivant des chemins de contraintes imposés.

Les appareils triaxiaux classiques, qui testent des éprouvettes cylindriques pleines, ne permettent pas d'étudier l'effet d'une sollicitation véritablement tridimensionnelle, ni l'influence d'une rotation des contraintes. Des appareillages spéciaux ont été développés pour cela, comme les presses triaxiales tridimensionnelles pour éprouvettes cubiques ou les appareils de torsion et compression sur éprouvette cylindrique creuse [15].

Les essais triaxiaux peuvent être réalisés en imposant à l'éprouvette soit une vitesse de déformation constante, soit un chargement contrôlé (en pressions totales ou contraintes effectives).

La figure 3 présente des résultats typiques d'essais triaxiaux consolidés isotropiquement puis cisailés en conditions non drainées (essais CIU). La courbe donnant les variations du déviateur ($q = \sigma_1 - \sigma_3$) en fonction de la déformation axiale imposée ε_a passe par un pic, tandis que la pression interstitielle u mesurée à la base de l'éprouvette continue de croître.

La figure 4 présente des résultats typiques d'essais de cisaillement CID (consolidés isotropiquement drainés), effectués en imposant à l'éprouvette une vitesse de déformation suffisamment faible pour que la pression interstitielle reste négligeable pendant l'essai. La courbe de cisaillement passe aussi par un pic, avant de redescendre vers une asymptote. Les essais réalisés après consolidation anisotrope des éprouvettes (avec $\sigma_1 \neq \sigma_3$) donnent des courbes d'allure semblable.

La figure 5 montre la courbe de compressibilité (déformation volumique ε_{vol} en fonction de la contrainte effective moyenne p') obtenue dans un essai de consolidation anisotrope où le rapport K des contraintes effectives horizontale et verticale est maintenu constant. On note l'existence d'un seuil au-delà duquel la compressibilité du sol augmente. Ce seuil correspond à une modification de la structure du sol, qui passe d'un état structuré plus résistant à un état moins résistant, appelé classiquement « normalement consolidé ».

La déformation volumique ε_{vol} et la contrainte effective moyenne sont définies par les relations suivantes :

$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3}{3}$$

où (ε_i) et (σ'_i) sont les déformations et contraintes effectives principales.

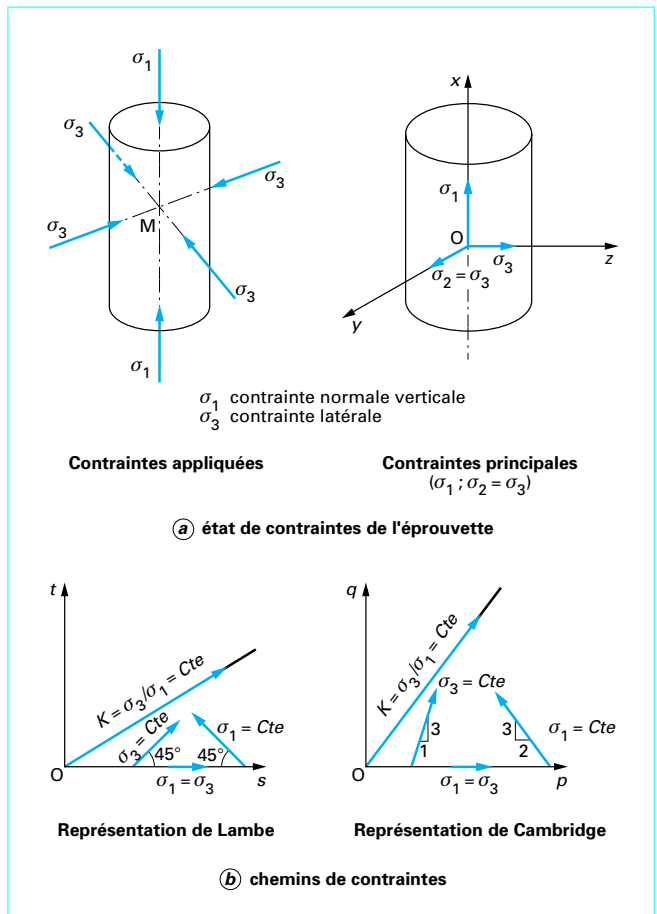


Figure 2 – États et chemins de contraintes dans l'appareil triaxial classique

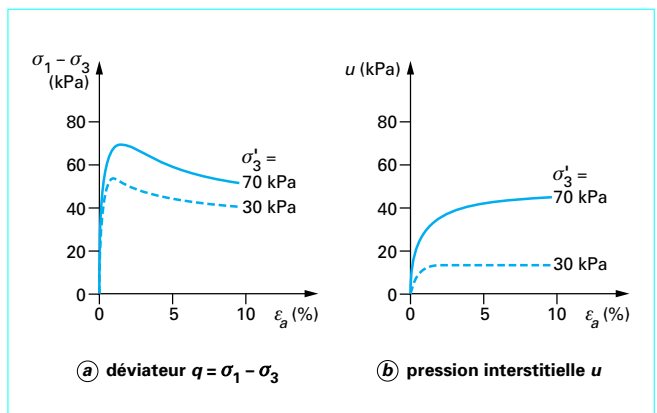


Figure 3 – Résultats typiques d'un essai de cisaillement consolidé isotropiquement et non drainé (CIU) à l'appareil triaxial

Le déviateur des contraintes q est exprimé pour sa part sous la forme :

$$q = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}}$$

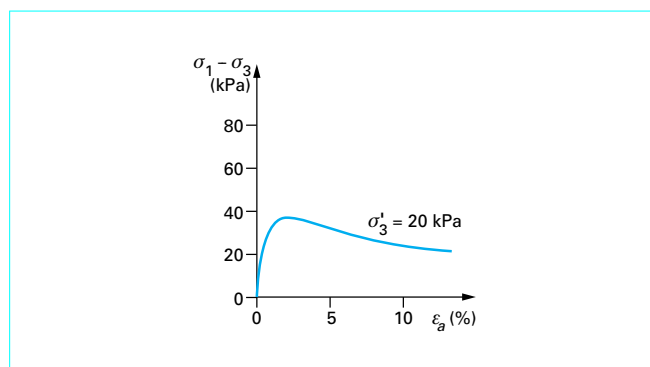


Figure 4 – Résultats typiques d'un essai de cisaillement consolidé isotropiquement et drainé (CID) à l'appareil triaxial

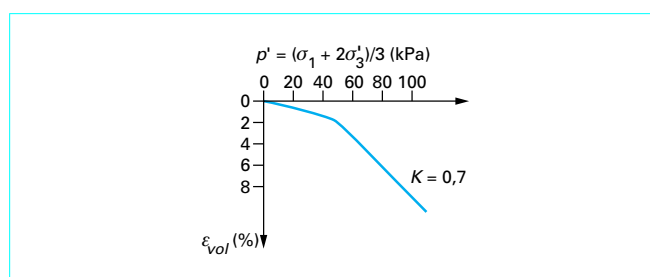


Figure 5 – Résultats typiques d'un essai de consolidation anisotrope à l'appareil triaxial

2.4.2 Essais œdométriques

Les essais œdométriques, par leur simplicité, ont toujours eu la faveur des praticiens comme des chercheurs (cf. article *Compressibilité. Consolidation. Tassement* dans cette rubrique) [47]. Il existe pour cette raison une très grande quantité de données œdométriques relatives aux sols fins, dont l'analyse confirme, pour l'essentiel, les principes de comportement établis à l'appareil triaxial :

- existence d'un seuil (la pression de préconsolidation) au-delà duquel la compressibilité augmente ;
- effet du temps sous la double forme du fluage et de l'augmentation de la pression de préconsolidation quand la vitesse de déformation de l'éprouvette augmente.

Par ailleurs, la recherche de variantes rapides de l'essai œdométrique (essai à vitesse de déformation constante, essai à gradient contrôlé) a fait étudier l'effet de la vitesse de déformation sur la loi de déformation de l'argile en fonction des contraintes effectives. Plus la vitesse de déformation est élevée, plus le sol est raide (pente initiale de la courbe plus forte) et résistant (déviateur maximal plus grand).

Nota : ceci concerne les essais triaxiaux et œdométriques. Les déformations observées dans les essais classiques de la mécanique des sols sont habituellement supérieures à 10^{-3} et souvent égales à quelques pour-cent. La précision des systèmes de mesure utilisés dans les essais, les techniques expérimentales employées et les charges appliquées ne permettent guère de descendre en dessous de ce niveau de déformation. Les études réalisées tant en laboratoire qu'en place, avec des techniques d'essai fondées sur la propagation d'ondes à travers le sol ou sur la mesure locale des déformations dans les éprouvettes, ont toutefois montré qu'il existe un domaine de déformation réversible (déformations d'amplitude inférieure à 10^{-6}) autour de l'état initial du sol et que, dans ce domaine, les modules sont beaucoup plus élevés que dans les essais classiques. Ces modules très élevés sont mobilisés en particulier par la propagation des ondes dans les sols. Plus l'amplitude des déformations augmente, plus les modules diminuent, pour revenir à des ordres de grandeur identiques à ceux des essais courants. Il existe donc une continuité, encore mal connue, entre les propriétés observées en dynamique des sols et celles de la mécanique des sols courante.

2.5 Lois de comportement des argiles naturelles

2.5.1 Comportements typiques des argiles

Les essais réalisés sur des argiles naturelles à l'appareil triaxial ont permis de dégager quelques traits communs à toutes ces argiles :

- quel que soit le type d'essai, la déformabilité du sol augmente au-delà d'un certain niveau de sollicitation, qui correspond dans tous les cas à une déformation de l'ordre du pour-cent. Dans les essais à la rupture, ce seuil a la forme d'un pic de résistance au cisaillement ; dans les essais de compression anisotrope, on observe, comme à l'œdomètre, une augmentation de la déformabilité de l'éprouvette ;
- si l'on représente, pour des éprouvettes d'un même sol testées à partir d'un même état initial, les points limitant le domaine des déformations plus faibles dans un diagramme de contraintes effectives (figure 6), on observe que les seuils d'augmentation de la déformabilité délimitent une zone du plan des contraintes effectives. Pour les contraintes plus faibles, le comportement du sol est pratiquement réversible, si l'on se limite à un très petit nombre de cycles de déchargement-rechargement. Quand on dépasse ce seuil, le sol subit des déformations irréversibles (notamment des déformations volumiques) et la valeur du seuil se modifie ;
- la position de cette courbe limite du domaine réversible dans le plan des contraintes effectives dépend du temps ;
- la courbe limitant le domaine des faibles déformations est liée à l'état initial du sol. Les données expérimentales montrent que les courbes correspondant à différents états initiaux sont homothétiques. La frontière du domaine des faibles déformations pour les différents états initiaux possibles de l'argile est appelée « surface d'état limite » ;

— pour le calcul, le comportement du sol dans le domaine des faibles déformations (intérieur de la courbe d'état limite) est représenté par une loi de comportement élastique linéaire, qui tient compte de l'anisotropie observée dans les essais. A ces déformations élastiques réversibles, qui dépendent des variations des contraintes effectives, s'ajoutent en permanence des déformations irréversibles dues à la viscosité du sol et liées à la position du point d'état à l'intérieur du domaine défini par la surface d'état limite ;

— les déformations plastiques de l'argile, qui se développent quand l'état de contraintes est situé sur la surface d'état limite définie ci-dessus, se déduisent des mesures par soustraction de la déformation élastique extrapolée aux déformations totales. La loi d'écoulement expérimentale n'est pas strictement normale à la surface d'état limite.

2.5.2 Effets du temps sur le comportement des argiles

L'effet du temps sur les déformations de l'argile peut être observé sous trois formes :

- la vitesse de consolidation (hydrodynamique), liée à la vitesse d'évacuation de l'eau interstitielle, est contrôlée simultanément par la compressibilité du squelette, par la perméabilité et par les conditions aux limites. Ce phénomène est décrit dans l'article *Compressibilité. Consolidation. Tassement* [47]. Dans le présent article, l'accent sera mis sur les lois de comportement du squelette de l'argile, auquel se rapportent les deux formes suivantes d'effet du temps ;
- l'effet de la vitesse de chargement sur la réponse du sol (comme indiqué ci-dessus, la raideur du sol augmente avec la vitesse de chargement) ;
- le fluage (les déformations croissent progressivement sous contrainte effective constante).

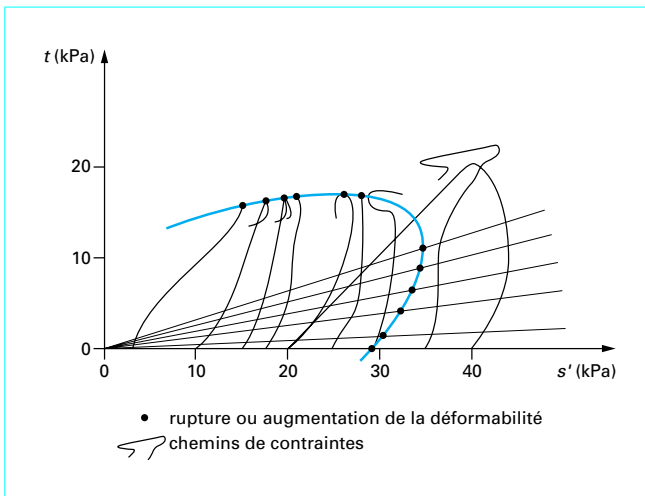


Figure 6 – Limite du domaine des faibles déformations pour l'argile de Cubzac-les-Ponts à 4,5 m de profondeur, représentée dans l'espace des contraintes effectives [$s' = (\sigma'_x + \sigma'_y)/2$; $t = (\sigma'_x - \sigma'_y)/2$]

Ces deux derniers effets du temps traduisent la viscosité du comportement du squelette de l'argile. Ils peuvent être représentés par une loi de comportement unique.

2.5.3 Anisotropie du comportement des argiles

La plupart des argiles naturelles ont un comportement anisotrope, c'est-à-dire qu'une même sollicitation appliquée dans deux directions différentes produit des effets différents. Dans le domaine des faibles déformations (limité par la surface d'état limite), cette anisotropie exerce une influence importante sur les résultats des calculs. Si l'on adopte un modèle élastique linéaire anisotrope pour représenter cette partie du comportement des argiles, avec une symétrie de révolution d'axe vertical (modèle orthotrope de révolution), il faut déterminer cinq paramètres E'_v , E'_h , ν'_{vh} , ν'_{hh} et G'_{vh} (E'_v et E'_h : modules de déformation linéaire effectifs vertical et horizontal, ν'_{vh} et ν'_{hh} coefficients de Poisson dans un plan vertical et un plan horizontal, respectivement ; G'_{vh} module de cisaillement effectif dans un plan vertical) qui sont difficiles à évaluer, car il faut exécuter des essais sur des éprouvettes d'orientations différentes [24]. Quand de telles données ne peuvent être obtenues, on peut recommander d'admettre que l'anisotropie du sol est comparable à celle des sites pour lesquels des mesures ont été effectuées, c'est-à-dire d'admettre des valeurs fixées de E'_h/E'_v , G'_{vh}/E'_v , ν'_{vh} et ν'_{hh} . Il reste alors à évaluer le module E'_v , qui peut être déduit d'une courbe de compressibilité œdométrique (déformation du sol dans le domaine surconsolidé).

2.5.4 Autres paramètres d'état

La description des massifs de sols pour les calculs comporte aussi la définition de l'état initial du sol, c'est-à-dire de son indice des vides initial e_0 et de son état de contraintes effectives initial. Dans les massifs à surface horizontale, on admet en général que la contrainte effective initiale horizontale σ'_{h0} est égale à la contrainte effective initiale verticale σ'_{v0} multipliée par le coefficient de pression des terres au repos dans l'état surconsolidé initial K_0^{oc} . Ce paramètre dépend de l'état de surconsolidation du sol et peut être relié au coefficient de pression des terres au repos usuel par la formule :

$$K_0^{oc} = K_0^{nc} \sqrt{\frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}} = (1 - \sin \varphi') \sqrt{\frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}}$$

Tous ces paramètres, à l'exception des paramètres d'élasticité anisotrope, font partie des paramètres classiques de la mécanique des sols appliquée aux argiles et peuvent être évalués dans toutes les études géotechniques courantes.

2.6 Loïs de comportement des sables

2.6.1 Généralités

Un matériau granulaire sans cohésion peut être considéré comme un assemblage de grains, sans liaisons effectives les uns avec les autres. Le comportement du matériau ne peut s'expliquer que par des modifications de cet assemblage, soit au niveau de la structure formée par l'ensemble des grains, soit au niveau du grain élémentaire. Ce dernier mécanisme correspond à l'attrition des grains et peut expliquer certains phénomènes de fatigue, mais il n'est pas traité ici.

Les mécanismes principaux des déformations irréversibles sont donc essentiellement des modifications de la structure granulaire liées à deux phénomènes : le serrage des grains (changements de forme du squelette solide) et le déplacement relatif des grains par glissements et rotations individuels. Ces mouvements sont associés à la réorientation des grains et induisent une anisotropie du matériau. Le réarrangement des grains entraîne des déformations volumiques importantes, d'abord de contractance, puis de dilatance lorsque les forces agissant sur les grains deviennent suffisamment grandes pour provoquer le désenchevêtrement rapide de la structure granulaire [18].

Les lois de comportement proposées pour la description du comportement des massifs de sable supposent, d'une manière très générale, que les sables développent une viscosité négligeable et que l'effet du vieillissement est également négligeable. Ceci signifie que la vitesse de sollicitation n'a pas d'influence sur le comportement du matériau. En conséquence, la relation fonctionnelle entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations est indépendante de l'incrément de temps pendant lequel la sollicitation a été appliquée. Ces hypothèses sont relativement bien justifiées dans le cas des sables.

L'irréversibilité des déformations d'un massif de sable est un fait bien établi par les essais menés en laboratoire. Dès l'apparition de faibles déformations, le chemin « contrainte-déformation » suivi en déchargement est différent du chemin de chargement vierge. En effet, les déformations macroscopiques, produites principalement par les déplacements relatifs des particules, ne sont pas réversibles. Les sables n'ont donc pas à proprement parler de domaine de déformation élastique (réversible), sauf peut-être pour les très faibles déformations (inférieures à 10^{-4}). Toutefois, comme les argiles naturelles, les sables « naturels » (en place) ont des déformations d'ampleur limitée dans un certain domaine de chargement entourant leur état initial. Ce domaine de faibles déformations traduit leur histoire géologique et l'influence des charges qu'ils ont subies dans le passé.

En dehors de la notion de rupture, l'analyse des résultats d'essais permet de mettre en évidence certaines caractéristiques du comportement des sables. L'hypothèse du matériau élastoplastique a permis d'interpréter les courbes de comportement déduites des résultats d'essais triaxiaux et de développer certains concepts comme le concept d'état critique, le concept d'état caractéristique, et de mettre en équations le phénomène de dilatance.

2.6.2 Notion d'état critique

Lorsque l'on soumet une éprouvette de sable à un chargement triaxial, elle se déforme d'abord avec des variations de volume (positives ou négatives), puis le volume tend à se stabiliser alors

que la déformation déviatorique se poursuit (cf. article *Résistance au cisaillement* de cette rubrique) [46]. On appelle « état critique » l'état final vers lequel tend le sable. On peut le définir comme « l'état ultime atteint aux grandes déformations lors d'une rupture à volume constant sous chargement monotone ». Le volume du sable à l'état critique dépend uniquement de la pression effective moyenne p' . Quantitativement, l'état limite est défini par les conditions suivantes :

- l'écoulement plastique s'effectue à taux de déformation volumique nul, $d\varepsilon_{vol}^p = 0$;
- le volume spécifique $V = 1 + e$ du matériau dépend seulement de la contrainte moyenne p' , selon une relation de la forme $V = \Gamma - \lambda \ln p'$, où Γ et λ sont deux paramètres du modèle ;
- le rapport des contraintes appliquées $M (q = Mp')$ est une constante du sable considéré.

La détermination expérimentale de l'état critique est délicate car elle s'effectue par extrapolation. Par ailleurs, des résultats expérimentaux récents montrent que, pour le sable dense, l'éprouvette ne peut pas approcher l'état critique en suivant une déformation globalement homogène [10].

2.6.3 Notions d'état caractéristique et de dilatance

Lors d'un essai triaxial de compression drainée, le sable présente initialement une diminution de volume ou contractance. Puis, lorsque le déviateur des contraintes q appliqué croît, le taux de déformation volumique $d\varepsilon_{vol}$ tend à s'annuler dans le cas d'un sable très lâche. Pour un sable plus dense, le taux de déformation volumique s'inverse et le matériau devient dilatant avant d'atteindre les grandes déformations (figure 7). La dilatance ainsi produite est d'autant plus importante que le matériau est initialement dense et que la pression de confinement est faible [18].

L'état de contraintes correspondant à l'annulation du taux de déformation volumique et à l'inversion du sens de variation est appelé « état caractéristique ». Cet état est défini par les conditions suivantes :

- le taux de déformation volumique est nul ($d\varepsilon_{vol} = 0$) ;
- les cercles de Mohr correspondant aux états caractéristiques atteints à partir de différentes contraintes initiales isotropes admettent une tangente commune, de pente $\tan \varphi_c$, appelée « ligne ou droite caractéristique ». L'angle φ_c détermine la capacité d'enchevêtrement des particules de sable (cf. article *Résistance au cisaillement* de cette rubrique) [46].

Au-delà de la droite caractéristique, les particules de sable se désenchevêtrent et se réarrangent. Le sable se dilate jusqu'à la rupture instable de l'échantillon. Des essais axisymétriques réalisés sur différents sables montrent que φ_c est un paramètre intrinsèque du matériau, indépendant de la densité, de la granulométrie et de la contrainte moyenne [18].

La contractance et la dilatance sont aussi mises en évidence dans les essais non drainés : le seuil caractéristique correspond alors à l'état des contraintes pour lequel se produit l'inversion du sens de variation de la pression interstitielle. Il a également été observé que le comportement dilatant des sables denses disparaissait à partir d'une certaine valeur de la pression moyenne : leur comportement devient alors identique à celui des sables lâches, qui sont toujours contractants.

Le concept d'état caractéristique présente un grand avantage : sa détermination expérimentale est directe et facile. Mais bien qu'il ait été vérifié sur d'autres chemins de contraintes dans le plan triaxial, il n'est pas certain qu'un même seuil entre contractance et dilatance existe encore lorsque l'éprouvette de sable est soumise à des chemins tridimensionnels. En effet, si des essais de torsion [40] et des essais sur presse tridimensionnelle [45] ont montré la validité du concept d'état caractéristique défini par un état de dilatance nulle, il semble que l'angle caractéristique ne soit pas un paramètre intrinsèque du matériau mais augmente avec la contrainte principale intermédiaire [45].

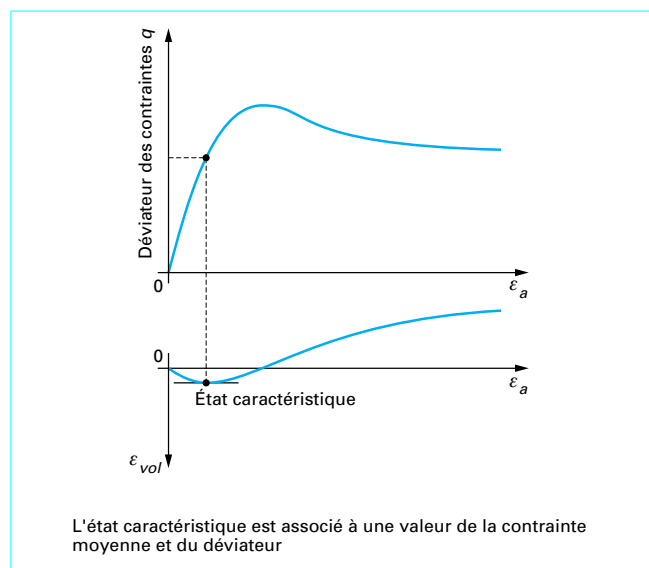


Figure 7 – Définition de l'état caractéristique

2.6.4 Relation contrainte-dilatance de Rowe

Rowe [37] a défini le sens de la déformation volumique $d\varepsilon_{vol}$ par la relation :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = K \left(1 - \frac{d\varepsilon_{vol}}{d\varepsilon_a} \right)$$

où K caractérise la résistance au glissement des grains.

Cette expression fournit une bonne modélisation pour les chemins de chargement où le rapport des contraintes supportées par le matériau croît [42]. Mais il est très difficile de généraliser cette relation aux chemins de contraintes quelconques.

3. Développement et validation des lois de comportement

3.1 Principes de développement d'une loi de comportement

La première condition à remplir par une loi de comportement de sol est de représenter le mieux possible tous les aspects essentiels du comportement mis en évidence au cours des essais de laboratoire.

La construction d'une représentation mathématique du comportement d'un sol passe d'abord par le choix du rôle attribué au temps dans le modèle :

- pour les **sables**, il est généralement admis que les déformations évoluent simultanément avec les états de contraintes et que les effets de la viscosité et du vieillissement sont négligeables. La vitesse de sollicitation n'a donc pas d'influence sur le comportement du matériau ;

— pour les **argiles**, en revanche, toutes les données expérimentales montrent que les déformations ne sont pas instantanées, ce qui conduit logiquement à privilégier l'approche viscoélastique ou viscoplastique. Les données expérimentales montrent que la loi de comportement des argiles dépend des contraintes effectives, de la déformation et de la vitesse de déformation. La situation serait très simple et il est probable que toutes les méthodes de calcul seraient de type viscoélastique ou viscoplastique, si l'approche adoptée en pratique pour l'étude des tassements des massifs de sols argileux (courbe de compressibilité oedométrique et théorie de la consolidation unidimensionnelle, dans laquelle on ne tient pas compte de la viscosité des déformations du squelette du sol) ne donnait pas des résultats satisfaisants dans la plupart des projets [20]. L'approche élastoplastique (ou même élastique non linéaire) a, pour cette raison, fait l'objet de nombreux développements.

3.2 Aspect tridimensionnel des lois de comportement

La méthode de construction habituelle des lois de comportement privilégie les chemins triaxiaux classiques, dans lesquels les directions principales des contraintes et des déformations restent fixes et la pression de confinement constante. Les lois de comportement ainsi construites ne sont théoriquement valables que sur les chemins de sollicitations ayant servi à leur conception et toute généralisation à d'autres types de sollicitations, ou au cas véritablement tridimensionnel, demeure une hypothèse forte.

La généralisation au cas tridimensionnel impose d'introduire dans les équations de comportement l'influence de la contrainte intermédiaire σ_2 , qui est cachée par les conditions de réalisation des essais sur éprouvettes cylindriques ($\sigma_2 = \sigma_3$). Si l'écriture des lois de comportement d'origine triaxiale en fonction des invariants p' et q permet d'introduire une certaine influence de la contrainte principale intermédiaire, il n'y a aucune justification expérimentale pour ce genre d'approche. Seuls les résultats d'essais véritablement tridimensionnels peuvent valider ces hypothèses ou les infirmer. Mais raisonner directement sur des essais tridimensionnels rend très complexe la construction de la loi de comportement, puisqu'il faut tenir compte de trois invariants de contraintes et de trois invariants de déformations.

Les auteurs de modèles construisent donc en général des lois de comportement à partir des résultats d'essais axisymétriques puis tentent de les valider sur des résultats tridimensionnels et, au besoin, corrigent légèrement les équations afin de mieux prendre en compte l'effet de la contrainte intermédiaire, mais sans trop modifier la modélisation des essais axisymétriques.

3.3 Lois de comportement usuelles

3.3.1 Généralités

Les lois de comportement utilisées couramment par les ingénieurs sont des lois élastoplastiques parfaites composées d'une élasticité linéaire isotrope ou anisotrope, d'un critère de plasticité et d'un potentiel plastique. Les principaux critères de plasticité employés pour décrire la rupture des sols sont présentés dans le tableau 1, où les invariants de contraintes sont définis par les relations suivantes :

$$p' = \frac{\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz}}{3}$$

et

$$q = \sqrt{\frac{(\sigma'_{xx} - \sigma'_{yy})^2 + (\sigma'_{xx} - \sigma'_{zz})^2 + (\sigma'_{yy} - \sigma'_{zz})^2}{2} + 3(\sigma'_{xy})^2 + 3(\sigma'_{xz})^2 + 3(\sigma'_{yz})^2}$$

3.3.2 Loi de comportement de Mohr-Coulomb

Cette loi élastique parfaitement plastique est utilisée pour décrire de manière approchée le comportement des sols pulvérulents (sables), des sols cohérents à long terme (argiles et limons) et de certaines roches. La loi de Tresca, qui est un cas particulier de la loi de Mohr-Coulomb, est utilisée pour l'étude des sols à court terme.

Dans l'espace des contraintes principales effectives ($\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$) la surface définie par la fonction de charge F est une pyramide de section hexagonale ayant pour axe la droite d'équation : $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$. L'équation de la surface de charge est la suivante :

$$F(\sigma'_{ij}) = |\sigma'_1 - \sigma'_3| - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \varphi' - 2c' \cos \varphi' = 0$$

où σ'_1 et σ'_3 représentent les contraintes principales extrêmes ($\sigma'_1 \geq \sigma'_2 \geq \sigma'_3$, avec la convention de signe suivante : les compressions sont comptées positivement).

Le potentiel plastique s'écrit, en fonction des contraintes principales extrêmes :

$$G(\sigma'_{ij}) = |\sigma'_1 - \sigma'_3| - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \psi.$$

Lorsque les angles φ' et ψ sont égaux, la règle d'écoulement est dite associée.

La partie élastique du comportement est définie par l'élasticité linéaire isotrope de Hooke. Au total, la loi de Mohr-Coulomb comprend cinq paramètres mécaniques : E' (module d'Young), ν' (coefficient de Poisson), c' (cohésion), φ' (angle de frottement) et ψ (angle de dilatance). Lorsque $\varphi' = 0^\circ$ et $\psi = 0^\circ$, la loi est appelée **loi de Tresca**.

Les paramètres de la loi de Mohr-Coulomb sont déterminés couramment à partir des résultats d'essais de laboratoire (par exemple, oedomètre et appareil triaxial pour un sol). A cause de la particularité de l'essai triaxial en compression ($\sigma'_2 = \sigma'_3$), deux surfaces de charge se trouvent simultanément activées : cet état est appelé régime d'arête. Un calcul simple montre que les déformations plastiques vérifient la relation suivante :

$$\frac{d\varepsilon_{vol}^p}{d\varepsilon_a^p} = \frac{-2 \sin \psi}{1 - \sin \psi}$$

La quantité $\frac{2 \sin \psi}{1 - \sin \psi}$ caractérise la variation de volume au cours de la phase plastique ; pour cette raison, l'angle ψ est appelé angle de dilatance.

La figure 8 représente la modélisation d'un essai triaxial de compression par la loi de Mohr-Coulomb et indique les relations qui existent entre les paramètres E', ν', c', φ' et ψ , et les différentes pentes de la représentation théorique. La valeur des paramètres se déduit d'une identification entre cette représentation et les résultats des essais reportés sur les mêmes diagrammes. Cette figure montre également qu'il y a cinq inconnues pour quatre équations. Il faut donc au moins deux essais triaxiaux pour déterminer tous les paramètres. En général, trois essais sont réalisés à différentes pressions de confinement.

En mécanique des sols, la cohésion c' et l'angle de frottement φ' sont traditionnellement calculés dans le plan de Mohr (σ', τ) à partir des états de contraintes à la rupture, estimés pour chaque essai triaxial.

Tableau 1 – Critères de plasticité usuels pour les sols

Type de critère	Formule mathématique	Paramètres	Type de sol
Tresca	$ \sigma_1 - \sigma_3 - 2c_u$	c_u	Argiles et limons à court terme
Mohr-Coulomb	$ \sigma'_1 - \sigma'_3 - \sin \varphi' (\sigma'_1 + \sigma'_3) - 2c' \cos \varphi'$	c' et φ'	La plupart des sols à long terme
Drucker-Prager	$q - \alpha p' - k$	k et α	Sables et argiles à long terme
Matsuoka-Nakai [27]	$\frac{I_1 I_2}{I_3} - k$	k	Sables
Lade [14]	$\left(\frac{p'}{p_{atm}}\right)^m \left(27 - \frac{I_1^3}{I_3}\right) - k$	k et m	Sables

$I_1 = \sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3$ $I_2 = \sigma'_1 \sigma'_2 + \sigma'_1 \sigma'_3 + \sigma'_2 \sigma'_3$ $I_3 = \sigma'_1 \sigma'_2 \sigma'_3$

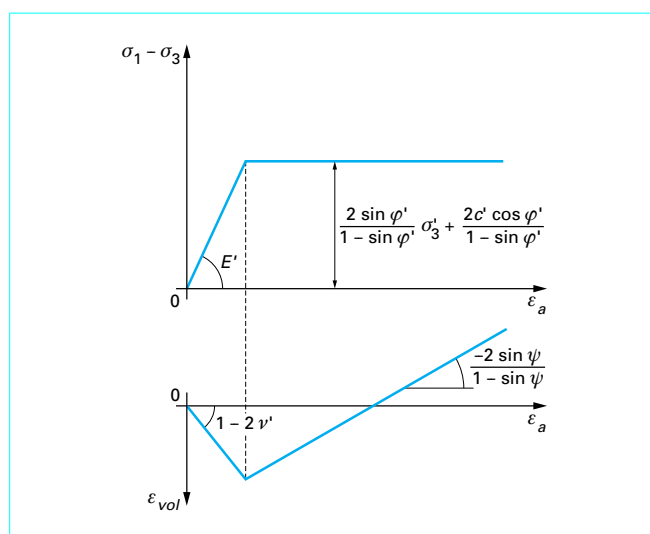


Figure 8 – Modélisation d'un essai triaxial de compression par la loi de Mohr-Coulomb

3.4 Exemples de lois de comportement évoluées

3.4.1 Modèles de Cambridge (ou modèles Cam-Clay)

Roscoe et al. [37] furent les premiers à établir, à l'Université de Cambridge (Royaume-Uni), des relations générales de comportement des sols fondées sur la théorie de l'élastoplasticité avec écrouissage et sur l'analyse des résultats de différentes études expérimentales (essais œdométriques et triaxiaux). Les modèles développés, connus sous le nom de « modèles Cam-Clay », sont destinés essentiellement à décrire le comportement des argiles reconstituées en laboratoire.

Ces modèles sont basés sur quatre éléments principaux : l'étude de l'essai de compression isotrope, le concept d'état critique, une relation contrainte-dilatance et la règle de normalité pour la déformation plastique.

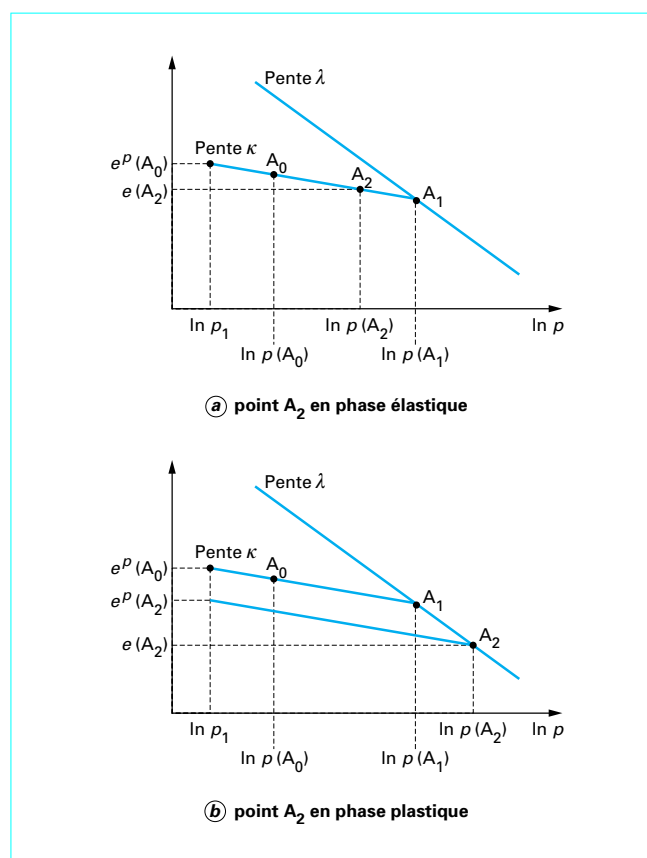


Figure 9 – Représentation d'un essai de compression isotrope

3.4.1.1 Étude de l'essai de compression isotrope

Dans le plan $(e, \ln p)$ [où e est l'indice des vides et p la pression moyenne $p = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$], la représentation des résultats d'un essai de compression isotrope met en évidence des courbes qui peuvent être assimilées à des droites (figure 9) :

— une **courbe de consolidation vierge**, dite **courbe λ** , qui décrit le chargement au cours de l'essai ;

— une **courbe de déchargement-rechargement**, dite **courbe κ** , qui schématise un cycle de déchargement-rechargement. Par construction, cette courbe représente le comportement élastique non linéaire au cours de l'essai.

Les courbes λ et κ sont définies par les équations suivantes :

$$\text{courbe } \lambda : e = e_1 - \lambda \ln \frac{p}{p_1}$$

et

$$\text{courbe } \kappa : e = e^p - \kappa \ln \frac{p}{p_1}$$

où e_1 et e^p correspondent aux valeurs obtenues pour une pression de référence p_1 (en général égale à 1 kPa) ; λ et κ sont deux paramètres du modèle.

La figure 9 montre que la quantité e^p évolue au cours du chargement et qu'elle est liée à la limite du domaine d'élasticité actuel. Cette quantité peut donc être utilisée comme paramètre d'écrouissage dans la description de l'essai de compression isotrope.

3.4.1.2 Notion d'état critique

Par ailleurs, l'analyse des résultats d'essais triaxiaux de cisaillement sur des argiles reconstituées a montré qu'au moment de la rupture (lorsque le palier d'écoulement est atteint), le matériau se trouve dans un état dit *critique* et caractérisé par :

- un rapport de contraintes constant : $M = q/p$;
- l'absence de variations de volume : $d\varepsilon_{vol} = 0$;
- une courbe d'état critique dans le plan $(e, \ln p)$ de pente λ ,

où M est un paramètre du modèle, p la contrainte moyenne et q le déviateur des contraintes.

L'étude expérimentale montre également que, dans le plan $(e, \ln p)$, la courbe d'état critique est une droite approximativement parallèle à la courbe de consolidation isotrope.

3.4.1.3 Équations des modèles Cam-Clay

La plasticité est décrite à partir d'une relation contrainte-dilatance déduite de l'analyse des résultats d'essais triaxiaux de compression à pression moyenne constante et à rapport de contraintes fixé (tableau 2). L'intégration de cette relation différentielle fournit l'expression du potentiel plastique $G(p, q, p_c)$ et l'application du principe de normalité donne celle de la surface de charge

$$F(p, q, p_c) = G(p, q, p_c).$$

Deux versions successives du modèle Cam-Clay ont été proposées. Le modèle original a permis de décrire de manière qualitative les phénomènes observés expérimentalement. Mais, pour des chemins proches de l'axe de compression isotrope et des rapports de contraintes faibles, ce modèle prédit des déformations déviatoriques ε_d^p trop fortes. Pour cette raison, la loi d'écrouissage (ou relation contrainte-dilatance) a été modifiée par Burland et Roscoe [3].

La contrainte p_c est en fait la « constante » qui provient de l'intégration de la relation différentielle contrainte-dilatance. p_c est aussi la contrainte isotrope qui correspond au point d'intersection de la surface de charge avec l'axe de compression isotrope, limitant ainsi le domaine d'élasticité actuel (figure 10) ; cette pression peut être considérée comme le paramètre qui commande l'évolution de la surface de charge, donc l'écrouissage.

La relation d'écrouissage liant l'indice e^p et la contrainte p_c s'obtient en considérant les courbes λ et κ au point p_c (figure 11).

Par construction, les points C_1 et C_2 appartiennent à la droite d'état critique et les points V_1 et V_2 à la droite de consolidation isotrope. Considérons un chemin de contraintes quelconque $A_0A_1A_2$, où A_0 est un point initialement dans le domaine élastique, A_1 est sur la surface de charge initiale et A_2 sur la surface de charge qui évolue.

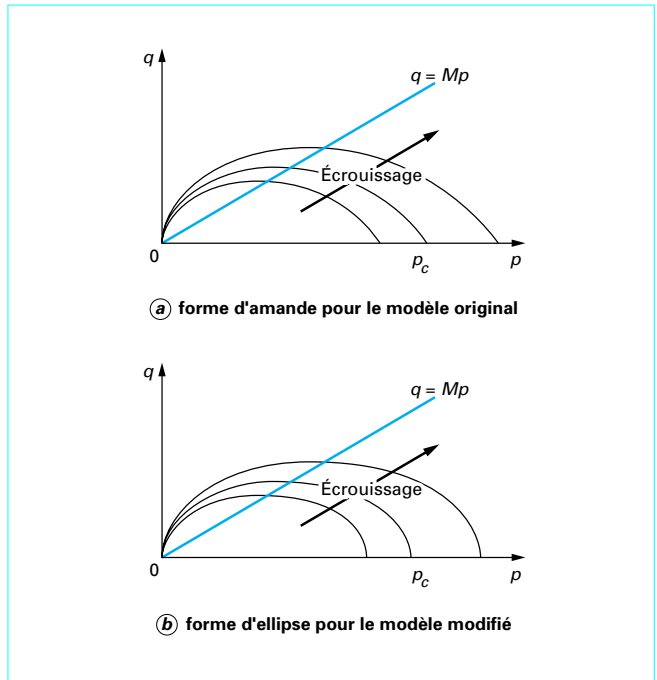


Figure 10 – Surfaces de charge des modèles Cam-Clay dans le plan (p, q)

Ces points occupent dans le plan (p, q) les positions décrites sur la figure 11 :

$$e(V_2) = e_1 - \lambda \ln \frac{p_c(V_2)}{p_1}$$

et

$$e(V_2) = e^p(V_2) - \kappa \ln \frac{p_c(V_2)}{p_1}.$$

Il vient alors :

$$e_1 - e^p(V_2) = (\lambda - \kappa) \ln \frac{p_c(V_2)}{p_1} = e_1 - e^p(V_2)$$

soit une relation générale du type :

$$e_1 - e^p = (\lambda - \kappa) \ln \frac{p_c}{p_1}$$

Cette dernière relation constitue la relation d'écrouissage. Par ailleurs, l'indice des vides incrémental de^p peut être relié à la déformation volumique plastique $d\varepsilon_{vol}^p$ [44] ; en effet, par définition, $e = e_0 - (1 + e_0)\varepsilon_{vol}$, où e_0 est l'indice des vides initial, lié à l'état de contraintes initiales dans le massif. Cette relation n'est valable qu'en petites déformations. En décomposant l'indice des vides e en une partie élastique e^e et une partie plastique e^p , puis en différenciant, il vient :

$$de^e = -(1 + e_0)d\varepsilon_{vol}^e$$

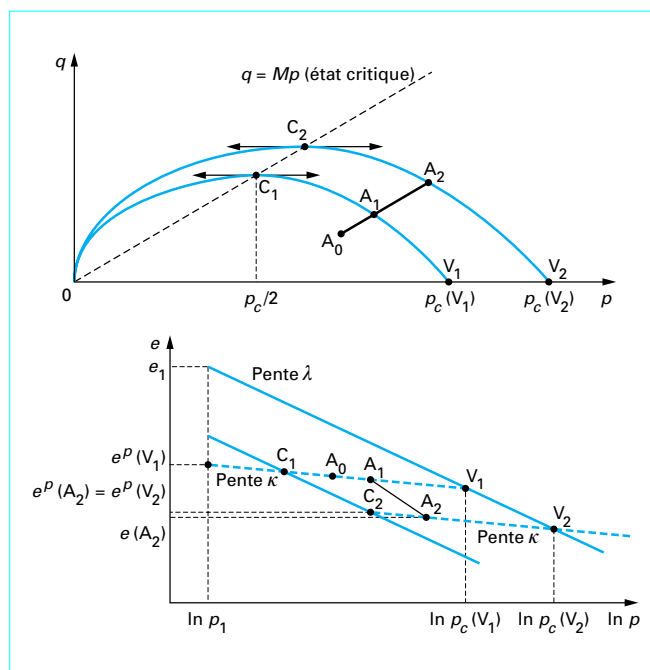
et

$$de^p = -(1 + e_0)d\varepsilon_{vol}^p = -(\lambda - \kappa) \frac{dp_c}{p_c}.$$

Tableau 2 – Expressions de la relation contrainte-dilatance, de la surface de charge et du potentiel plastique en fonction de l'état de contraintes et de l'état d'érouissage p_c

Modèle Cam-Clay	Relation contrainte-dilatance	Potentiel plastique $G(p, q, p_c)$ et surface de charge $F(p, q, p_c)$
Version originale	$\frac{d\varepsilon_{vol}^p}{d\varepsilon_d^p} = M - \frac{q}{p}$	$G(p, q, p_c) = \frac{q}{Mp} - \ln\left(\frac{p_c}{p}\right) = 0$ $F(p, q, p_c) = G(p, q, p_c)$
Version modifiée	$\frac{d\varepsilon_{vol}^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 - \left(\frac{q}{p}\right)^2}{2\frac{q}{p}}$	$G(p, q, p_c) = \frac{q^2}{M^2 p^2} + 1 - \frac{p_c}{p} = 0$ $F(p, q, p_c) = G(p, q, p_c)$

$\varepsilon_v^p = \varepsilon_{ij}^p \delta_{ij}$; $\varepsilon_d^p = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij}^p e_{ij}^p}$ et $e_{ij}^p = \varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{3} \varepsilon_{ij}^p \delta_{ij}$

**Figure 11 – Représentation de l'érouissage pour le modèle Cam-Clay**

L'évolution de l'érouissage est alors gouvernée par la relation :

$$\frac{dp_c}{p_c} = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_{vol}^p$$

L'élasticité associée aux modèles Cam-Clay est une élasticité non linéaire isotrope, qui se généralise sous la forme tensorielle suivante :

$$d\varepsilon_{ij}^e = -\left(\frac{\kappa}{1 + e_0} + \frac{3}{2}G\right) d\sigma_{ij} - \frac{\kappa}{1 + e_0} \frac{dp}{p} \delta_{ij}$$

où G désigne le module de cisaillement et δ_{ij} , le tenseur de Kronecker.

Nota : par souci de simplicité, de nombreux modélisateurs ont linéarisé la partie élastique lors de l'introduction des modèles Cam-Clay dans un code de calcul par la méthode des éléments finis. Cette modification conduit à un autre modèle et les conséquences sur la détermination des paramètres (autres que celui caractérisant la rupture) et leur signification *réelle* ne sont pas négligeables. Il faut alors adapter la détermination des paramètres au modèle choisi.

3.4.1.4 Détermination des paramètres du modèle Cam-Clay modifié

Le modèle Cam-Clay modifié comporte six paramètres : M , λ , κ , e_1 , p_1 et G (voire E et ν), et trois paramètres caractérisant l'état initial du matériau (e_0 , p_0 , q_0). Les paramètres du modèle Cam-Clay modifié peuvent être déduits de résultats d'essais triaxiaux (drainés et non drainés avec mesure de la pression interstitielle) et œdométriques classiques (tableau 3).

Tableau 3 – Détermination des paramètres des modèles Cam-Clay

Paramètres	Principe de la détermination
e_0 , p_0 , q_0	Détermination à partir de l'état de contraintes initiales et des résultats d'essais de compression isotrope ou triaxiaux
G (ou E et ν)	Détermination d'après les résultats d'essais triaxiaux comportant des déchargements
λ , κ , e_1 , p_1	Détermination à partir d'essais de compression isotrope en représentant les résultats dans le plan $(e, \ln p)$ ou à partir de résultats œdométriques classiques. La pression de référence p_1 est souvent choisie égale à 1 kPa.
M	Détermination à partir des contraintes correspondant à la rupture dans les essais triaxiaux de cisaillement et reportées dans le plan (p, q) . Pour un essai de compression, le paramètre M est relié à l'angle de frottement interne du sol par la relation : $M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'}$

L'analyse des travaux cités par Duncan [7], pour la modélisation de la consolidation autour des ouvrages de géotechnique construits dans des sols compressibles, montre que les modèles de type Cam-Clay sont toujours de nos jours les plus utilisés. Cela provient sans doute de la facilité de leur implantation dans un code de calcul par éléments finis, du nombre réduit de paramètres et de leur détermination simple à partir des résultats de quelques essais classiques de mécanique des sols (essais œdométriques et triaxiaux).

3.4.2 Modèle de comportement MÉLANIE

Les travaux de Tavenas et Leroueil [43] sur l'argile de Saint-Alban (Québec) et ceux de Magnan et al. [22] sur l'argile de Cubzac-les-Ponts (France) ont confirmé l'applicabilité des concepts développés à l'Université de Cambridge, moyennant quelques corrections destinées à tenir compte des effets du temps et de l'anisotropie sur le comportement des argiles naturelles. Ces travaux ont donné naissance au modèle de comportement Ylight, créé par le groupe de géotechnique de l'Université Laval au Québec [17] et au modèle MÉLANIE créé au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

Le modèle MÉLANIE (Modèle Élastoplastique ANIsotrope avec Écrouissage) permet de simuler par éléments finis le phénomène de consolidation et de reproduire assez fidèlement l'évolution au cours du temps des déformations et des contraintes dans les massifs de sol naturels [30] [16].

3.4.2.1 Équations du modèle MÉLANIE en déformation plane

L'originalité du modèle MÉLANIE par rapport aux modèles Cam-Clay réside dans la prise en compte des effets d'anisotropie et de viscosité du squelette du sol. Néanmoins, ce modèle a été construit selon la démarche adoptée par les chercheurs de l'Université de Cambridge. Les résultats des essais ont été interprétés à l'aide des contraintes réduites s' et t définies par les relations suivantes :

$$t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \quad \text{et} \quad s' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2}$$

où σ'_1 et σ'_3 sont les contraintes principales effectives.

Les études expérimentales réalisées en laboratoire (essais œdométriques et triaxiaux) et en vraie grandeur ont conduit à admettre les points suivants :

- la surface de charge, ou *courbe d'état limite*, a une forme elliptique dans le plan de contraintes (s' , t) ; son grand axe est confondu avec l'axe d'anisotropie et elle passe par l'origine des contraintes et par le point s'_p de l'axe Os' défini par $s'_p = 0,6\sigma'_p$ (où σ'_p est la pression de préconsolidation) (figure 12) ;

- les surfaces de charge correspondant à des états de préconsolidation différents sont homothétiques (par rapport à l'origine) dans le rapport des contraintes de préconsolidation. Cette observation justifie l'utilisation de la contrainte s'_p comme paramètre d'écrouissage ;

la règle de normalité n'est pas vérifiée. En effet, il apparaît que la direction du vecteur incrément de déformation plastique, en un point A du plan (s' , t), est systématiquement comprise entre la normale n à la surface de charge en A et le rayon vecteur OA. Dans le modèle, il a été admis que cette direction D est donnée par la bissectrice de l'angle formé par la normale et le rayon vecteur (figure 13).

L'équation de la surface de charge est celle d'une ellipse dont le grand axe est incliné d'un angle θ par rapport à l'axe des abscisses :

$$A^2 \left(s' \cos \theta + t \sin \theta - \frac{s'_p}{AC} \right)^2 + B^2 (t \cos \theta - s' \sin \theta)^2 - \left(\frac{s'_p}{C} \right)^2 = 0$$

$$\text{avec } A = 2(\cos \theta + \sin \theta) \quad B^2 = \frac{A^2 \cos \theta}{C \sin^2 \theta} \left(\frac{2}{A} - \cos \theta \right)$$

$$C = 0,6 \quad \theta = \arctan \left(\frac{1 - K_0}{1 + K_0} \right)$$

où K_0 désigne le coefficient de pression des terres au repos (à l'état normalement consolidé).

La règle d'écoulement plastique en un point A du plan (s' , t) s'écrit comme une combinaison linéaire entre la normale à la surface de charge et le rayon vecteur OA :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}}$$

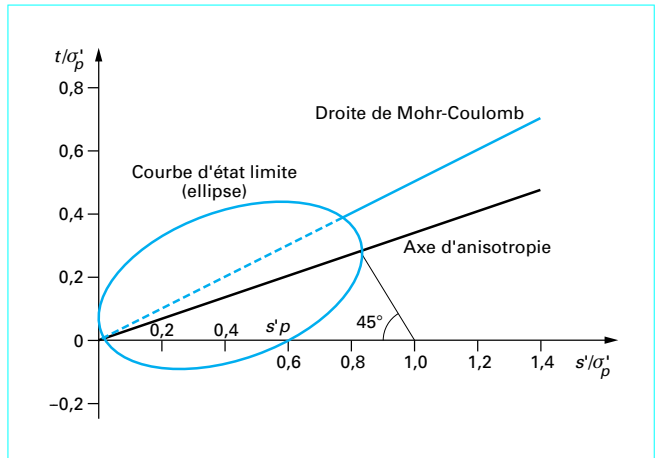


Figure 12 – Surface de charge ou courbe d'état limite du modèle MÉLANIE (d'après [30])

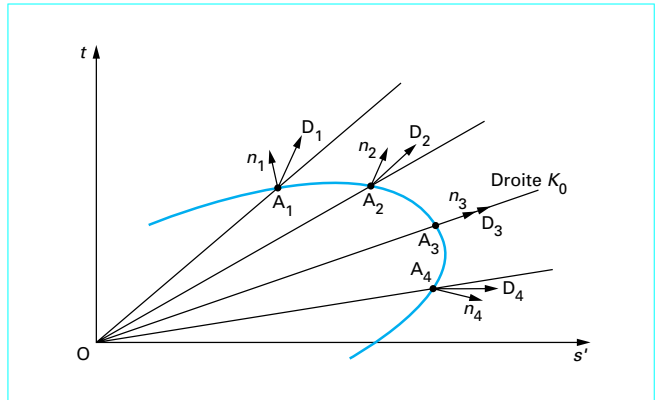


Figure 13 – Direction des déformations plastiques et surface de charge du modèle MÉLANIE (d'après [30])

avec

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} + \eta \frac{OA}{\left\| \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \right\|}$$

où $\|OA\|$ représente la norme euclidienne du vecteur OA et la valeur η (égale à 0 ou 1) permet de réaliser des calculs avec une loi associée ou non.

L'élasticité de la loi MÉLANIE est l'élasticité orthotrope linéaire de révolution. Dans l'hypothèse des déformations planes, les contraintes effectives et les déformations élastiques sont reliées par les équations :

$$\begin{bmatrix} \sigma'_h \\ \sigma'_v \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E'_h (1 - \nu'^2_{vh})}{(1 + \nu'_{hh})(1 - \nu'_{hh} - 2\nu'^2_{vh})} & \frac{E'_h \nu'_{vh}}{1 - \nu'_{hh} - 2\nu'^2_{vh}} & 0 \\ \frac{E'_h \nu'_{vh}}{1 - \nu'_{hh} - 2\nu'^2_{vh}} & \frac{E'_h (1 - \nu'_{vh})}{1 - \nu'_{hh} - 2\nu'^2_{vh}} & 0 \\ 0 & 0 & G'_{vh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_h \\ \varepsilon_v \\ \gamma \end{bmatrix}$$

où $n = \frac{E'_h}{E'_v}$; E'_v et E'_h désignent les modules d'élasticité verticale et horizontale ; ν'_{vh} , le coefficient de Poisson dans la direction verticale sous une contrainte verticale ; ν'_{hh} , le coefficient de Poisson dans la direction horizontale sous une contrainte horizontale et G'_{vh} , le module de cisaillement dans le plan vertical.

Enfin, le paramètre d'écroûssage s'_p est déterminé par l'intersection de la droite de consolidation avec la courbe vierge isotrope dans le plan (s' , e) [au lieu du plan ($\ln p'$, e) dans le cas des modèles Cam-Clay] :

— équation de la courbe vierge isotrope (ou courbe λ) :

$$e = e_1 - \lambda \ln \frac{s'}{s'_1}$$

— équation de la courbe de déchargement-rechargement, qui est linéaire contrairement au cas des modèles Cam-Clay :

$$e = e^p - \alpha(s' - s'_1)$$

L'intersection de la surface de charge avec le plan (s' , e) conduit à la relation (figure 14) :

$$e^p = e_1 - \lambda \ln \left(\frac{s'_p}{s'_1} \right) + \alpha(s'_p - s'_1)$$

où e_1 désigne l'indice des vides correspondant à la contrainte de référence : $s'_1 = 1$ kPa. Le paramètre α est le coefficient de compressibilité volumique du sol anisotrope soumis à un chargement isotrope ; il a pour expression :

$$\alpha = \frac{(1 + e_0)(1 - \nu'_{hh} - 2n\nu'^2_{vh})}{E'_v} \times \frac{(1 + \nu'_{hh})(2n\nu'_{vh} - 1 + \nu'_{hh}) - n(1 - n\nu'^2_{vh})}{n^2\nu'^2_{vh}(1 + \nu'_{hh}) - n(1 - n\nu'^2_{vh})(1 - \nu'_{hh})}$$

La relation entre le paramètre d'écroûssage e^p et la contrainte effective moyenne s'_p permet d'utiliser en définitive cette pression comme paramètre d'écroûssage.

3.4.2.2 Détermination des paramètres du modèle MÉLANIE

Les paramètres du modèle MÉLANIE peuvent être déterminés à partir d'essais triaxiaux drainés et non drainés avec mesure de la pression interstitielle, et d'essais œdométriques classiques (tableau 4).

D'autres paramètres sont nécessaires pour décrire le comportement du fluide interstitiel et son écoulement à travers les pores du sol. Il est admis que les pores de l'argile sont remplis d'un fluide interstitiel dont la compressibilité, caractérisée par le coefficient de compressibilité a_w , dépend du degré de saturation S_r de l'argile. L'écoulement du liquide est décrit par les coefficients de perméabilité verticale k_v et horizontale k_h . Les paramètres, a_w , k_v et k_h peuvent varier au cours du temps en fonction de la pression interstitielle et de l'indice des vides. Un exemple d'application du modèle à l'argile de Muar Flats est décrit par Magnan [21] et Magnan et Mestat [23].

3.4.3 Extension du modèle MÉLANIE aux problèmes tridimensionnels

Les études sur le comportement tridimensionnel des argiles naturelles sont très peu nombreuses et les lois de comportement tridimensionnel de ces sols sont mal connues. En effet, les contraintes géométriques et le principe de chargement des essais courants (essais œdométriques et triaxiaux sur éprouvettes cylindriques) ne permettent pas d'appréhender le comportement tridimensionnel.

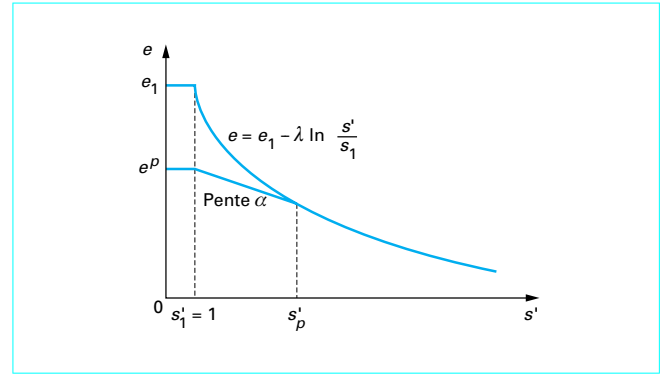


Figure 14 – Définition du paramètre d'écroûssage s'_p

Les essais plus complexes, comme ceux réalisés avec un appareil de compression-torsion sur éprouvettes cylindriques creuses, restent encore très rares pour les sols naturels.

Bien que l'on n'ait pas disposé de résultats expérimentaux adéquats, le modèle MÉLANIE a été extrapolé au comportement tridimensionnel afin de pouvoir réaliser des modélisations numériques elles-mêmes tridimensionnelles.

Le modèle MÉLANIE tridimensionnel repose sur les mêmes principes que le modèle bidimensionnel. Les équations de l'élastoplasticité avec écroûssage sont établies en fonction des invariants de contraintes suivants :

$$p' = \frac{\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz}}{3}$$

et

$$q = \sqrt{\frac{(\sigma'_{xx} - \sigma'_{yy})^2 + (\sigma'_{xx} - \sigma'_{zz})^2 + (\sigma'_{yy} - \sigma'_{zz})^2}{2} + 3(\sigma'_{xy})^2 + 3(\sigma'_{xz})^2 + 3(\sigma'_{yz})^2}$$

L'équation de la surface de charge :

$$A^2 \left(s' \cos \theta + t \sin \theta - \frac{s'_p}{AC} \right)^2 + B^2 (t \cos \theta - s' \sin \theta)^2 - \left(\frac{s'_p}{C} \right)^2 = 0$$

(A, B et C étant définis au paragraphe 3.4.2.1)

est généralisée en effectuant le changement de coordonnées suivant (valable pour un essai triaxial de compression, $\sigma_2 = \sigma_3$) :

$$p' = s' - \frac{1}{3}t \quad q = 2t$$

et

$$s' = p' + \frac{1}{6}q \quad t = \frac{1}{2}q$$

L'équation de l'ellipse caractérisant la surface de charge s'écrit alors [13] :

$$A^2 \left(p' \cos \theta + \frac{q}{2} \left[\sin \theta + \frac{1}{3} \cos \theta \right] - \frac{p'_p}{AC} \right)^2 + B^2 \left(\frac{q}{2} \left[\cos \theta - \frac{1}{3} \sin \theta \right] - p' \sin \theta \right)^2 - \left(\frac{p'_p}{C} \right)^2 = 0$$

La pression p'_p joue le rôle du paramètre d'écroûssage à la place de s'_p dans le cas bidimensionnel (figure 15). Par ailleurs, compte tenu des équations de la courbe vierge isotrope et des droites de

Tableau 4 – Détermination des paramètres du modèle MÉLANIE

Paramètres	Principe de la détermination
$e_0, K_0^{nc}, K_0^{pc}, \sigma'_{v0}$	<p>Ces paramètres sont déterminés à partir de l'état de contrainte initiale verticale et des résultats d'essais en place ou en laboratoire. Les coefficients de pression des terres au repos K_0^{pc} (pour les sols normalement consolidés) et K_0^{nc} (pour les sols surconsolidés) sont donnés par les relations :</p> $K_0^{nc} = 1 - \sin \varphi' \text{ et } K_0^{pc} = K_0^{nc} \sqrt{\frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}}$ <p>où φ' est l'angle de frottement interne du sol. La pression de préconsolidation σ'_p est déduite de l'essai œdométrique.</p>
$E'_v, E'_h, \nu'_{vh}, \nu'_{hh}, G'_{vh}$	<p>Détermination à partir des résultats d'essais triaxiaux avec consolidation anisotrope sur des éprouvettes d'orientations différentes [24]. Toutefois, dans la pratique, il est admis que les quantités $\frac{E'_h}{E'_v}, \frac{G'_{vh}}{E'_v}, \nu'_{hh}, \nu'_{vh}$ ont des valeurs fixes, qui sont en général choisies d'après les valeurs trouvées sur des sites de référence. Il reste alors à déterminer le module vertical : par exemple, à partir de la courbe œdométrique au moyen de la relation :</p> $E'_v = \frac{(1 + e_0)(\sigma'_p - \sigma'_{v0})E'_h}{C_s \ln \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}} \left(1 - 2 \frac{E'_h \nu'^2_{vh}}{E'_v (1 - \nu'_{hh})} \right)$ <p>où C_s est l'indice de gonflement déduit de l'essai œdométrique.</p>
e_1, s'_1, λ	<p>L'indice des vides e_1 peut être déterminé expérimentalement dans un essai œdométrique ou calculé au moyen de la relation :</p> $e_1 = e_0 - \alpha(s'_1 - s'_p) + \lambda \ln \frac{s'_p}{s'_1}$ <p>où s'_p définit la position initiale de la surface de charge ou courbe d'état limite. Le pression de référence s'_1 est souvent choisie égale à 1 kPa. Une autre valeur peut être retenue selon le système d'unité des contraintes utilisé. Le paramètre λ est souvent relié à l'indice de compression C_c, déterminé à l'essai œdométrique, par la relation</p> $\lambda = \frac{C_c}{\ln 10}.$

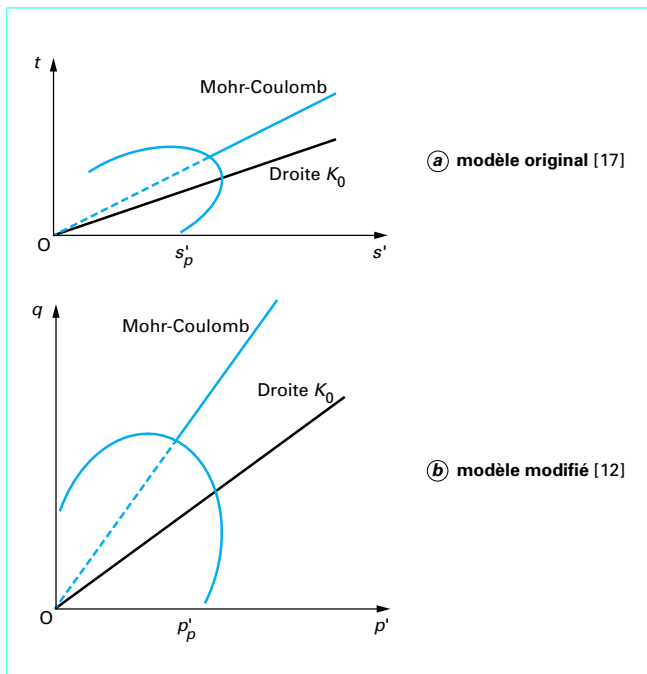


Figure 15 – Surfaces de charge du modèle MÉLANIE

déformation réversible isotrope, la relation entre la variable e^p et p'_p devient dans le cas tridimensionnel :

$$e^p = e_1 - \lambda \ln \frac{p'_p}{p'_1} + \alpha(p'_p - p'_1)$$

où p'_1 est une pression de référence souvent prise égale à 1 kPa.

La pente α des courbes de déformation réversible isotrope dépend des caractéristiques d'élasticité et son expression est différente dans le cas tridimensionnel ; des développements analytiques simples montrent que :

$$\alpha = (1 + e_0) \frac{2(1 - \nu'_{hh}) + n(1 - 4\nu'_{hh})}{nE'_v}$$

A l'intérieur de la surface de charge, les déformations sont élastiques linéaires et le comportement est orthotrope de révolution :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{nE'_v} & \frac{-\nu'_{hh}}{nE'_v} & \frac{-\nu'_{vh}}{E'_v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu'_{hh}}{nE'_v} & \frac{1}{nE'_v} & \frac{-\nu'_{vh}}{E'_v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu'_{vh}}{E'_v} & \frac{-\nu'_{vh}}{nE'_v} & \frac{1}{E'_v} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G'_{vh}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G'_{vh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1 + \nu'_{hh})}{E'_h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} \\ \sigma'_{yy} \\ \sigma'_{zz} \\ \sigma'_{yz} \\ \sigma'_{xz} \\ \sigma'_{xy} \end{bmatrix}$$

où $n = \frac{E'_h}{E'_v}$; E'_v et E'_h désignent les modules d'élasticité verticale et horizontale ; ν'_{vh} , le coefficient de Poisson dans la direction verticale sous une contrainte verticale ; ν'_{hh} , le coefficient de Poisson dans la direction horizontale sous une contrainte horizontale et G'_{vh} , le module de cisaillement vertical et horizontal dans un plan vertical.

La relation de comportement inverse s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{xx} \\ \sigma'_{yy} \\ \sigma'_{zz} \\ \sigma'_{yz} \\ \sigma'_{xz} \\ \sigma'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(1 - n\nu'^2_{hh}) & c(\nu'_{hh} + n\nu'^2_{hh}) & c(1 + \nu'_{hh})\nu'_{vh} & 0 & 0 & 0 \\ c(\nu'_{hh} + n\nu'^2_{hh}) & c(1 - n\nu'^2_{hh}) & c(1 + \nu'_{hh})\nu'_{vh} & 0 & 0 & 0 \\ c(1 + \nu'_{hh})\nu'_{vh} & c(1 + \nu'_{hh})\nu'_{vh} & \frac{c}{n}(1 - \nu'^2_{hh}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G'_{vh} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G'_{vh} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E'_h}{2(1 + \nu'_{hh})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } c = \frac{nE'_v}{(1 + \nu'_{hh})(1 - \nu'_{hh} - 2n\nu'^2_{hh})}.$$

Enfin, l'expression de la loi d'écoulement est identique à celle établie pour le modèle bidimensionnel. Celle-ci peut être associée ou non selon la valeur du paramètre η .

3.4.4 Modélisation du fluage des sols compressibles

Le modèle MÉLANIE, tel qu'il a été présenté ci-dessus, permet de traiter les problèmes de déformations des massifs de sols en contraintes effectives, dans l'hypothèse d'un sol à squelette élastoplastique anisotrope avec écrouissage et saturé d'un liquide interstitiel compressible, pour tenir compte de la présence éventuelle de gaz.

Ce modèle peut être complété par un modèle de fluage, fondé sur les résultats de Bjerrum [16]. Les études expérimentales ont en effet montré que le vieillissement des argiles molles se traduit, dans les modèles élastoplastiques avec écrouissage, par une augmentation homothétique de la surface de plasticité de l'argile, semblable à ce qui se produit en cas d'écrouissage plastique.

L'effet du temps sur le comportement du sol est ainsi décrit par l'introduction d'une déformation de fluage qui dépend de l'état actuel des contraintes (et non de sa variation) et du temps. Le modèle, inspiré de l'approche de Bjerrum, traduit la position de l'état des contraintes effectives par rapport à la surface de charge en terme de déformation volumique irréversible. Un calcul simple montre alors que la variation d'indice des vides due au fluage pendant un intervalle de temps $\Delta t = t^* - t$ est proportionnelle à la quantité :

$$\Delta e^f = C_{\alpha e} \Delta(\lg t) = C_{\alpha e} \lg \frac{t^*}{t}$$

où $C_{\alpha e}$ est l'indice de fluage du sol, supposé indépendant des contraintes effectives.

Le temps t^* correspond au temps qu'il aurait fallu attendre pour que la déformation volumique ait été obtenue par fluage. Il est calculé de la manière suivante :

— si l'état de contraintes du point matériel considéré se trouve sur la surface de charge, il est admis que $t^* = t$ et $\Delta e^f = 0$;

— si l'état de contraintes du point matériel est situé à l'intérieur de la surface de charge, le temps t^* est estimé en faisant passer une

surface de charge fictive homothétique par le point considéré. Les équations sont alors pour le modèle bidimensionnel en un point A :

$$\Delta e^f = e_1 - e(A) - \lambda \ln s'_p(A)$$

$$e(A) = e^p(A) - \alpha[s'_p(A) - s'_1]$$

$$\Delta e^f = C_{\alpha e} \lg \frac{t^*}{t} = 0,434 C_{\alpha e} \ln \frac{t^*}{t}$$

$$t^* = t \exp\left(\frac{\Delta e^f}{0,434 C_{\alpha e}}\right)$$

La variable $s'_p(A)$ est obtenue en résolvant l'équation $F[s'(A), t(A), s'_p(A)] = 0$, où F désigne la fonction mathématique qui décrit la surface de charge du modèle.

La répartition de la déformation de fluage en déformation volumique et déformation déviatorique est donnée en appliquant le principe de Perzina : la loi d'écoulement de fluage est identique à la loi d'écoulement plastique.

Toutefois, pour les analyses en tassements, à court ou moyen terme, le modèle élastoplastique sans fluage conduit à des résultats satisfaisants par rapport aux mesures expérimentales sur ouvrage. L'effet du fluage peut dans ces cas d'études être négligé.

3.4.5 Modèle de Nova

3.4.5.1 Équations de la loi de comportement

Le modèle de Nova [32] est une adaptation du modèle Cam-Clay modifié à la description du comportement des sables. Il est composé d'une partie élastique non linéaire et d'une partie plastique avec écrouissage définie par une surface de charge composée de deux parties (tableau 5). Les différentes fonctions mathématiques sont exprimées à l'aide des invariants p (pression moyenne) et q (déviateur des contraintes) :

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$q = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}}$$

La convention de signe adoptée est la convention de la mécanique des sols : les contraintes de compression sont positives.

De même, pour les invariants de déformation plastique, on pose :

$$\varepsilon^p_{vol} = \varepsilon^p_1 + \varepsilon^p_2 + \varepsilon^p_3$$

$$\varepsilon^p_d = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{(\varepsilon^p_1 - \varepsilon^p_2)^2 + (\varepsilon^p_1 - \varepsilon^p_3)^2 + (\varepsilon^p_2 - \varepsilon^p_3)^2}{2}}$$

L'évolution de l'écrouissage est gouvernée par une combinaison linéaire des deux invariants de déformations plastiques ε^p_{vol} et ε^p_d :

$$p_c = p_{c0} \exp\left(\frac{\varepsilon^p_{vol} + D\varepsilon^p_d}{\ell - B_0}\right)$$

Le paramètre d'écrouissage p_c suit une loi d'évolution proche de celle de l'écrouissage dans les modèles Cam-Clay ; la différence provient de la prise en compte du terme déviatorique ε^p_d dans la loi de Nova.

Tableau 5 – Expressions de la surface de charge et du potentiel plastique en fonction de l'état de contraintes (modèle de Nova) [32]

État de contraintes	Relation contrainte-dilatance	Surface de charge $F(p, q, p_c)$ et potentiel plastique $G(p, q, p_c)$
$\frac{q}{p} \leq \frac{M}{2}$	$\frac{d\varepsilon_{vol}^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2}{4\mu} \frac{p}{q}$	$F(p, q, p_c) = G(p, q, p_c)$ $G(p, q, p_c) = \frac{4\mu}{M^2} \frac{q^2}{p^2} + 1 - \frac{p_c^2}{p^2} = 0$
$\frac{q}{p} \geq \frac{M}{2}$	$\frac{d\varepsilon_{vol}^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M}{\mu} - \frac{q}{\mu p}$	$F(p, q, p_c) = \frac{q}{p} - \frac{M}{2} + m \ln\left(\sqrt{1 + \mu} \frac{p}{p_c}\right) = 0$ $G(p, q, p_c) = \frac{q}{p} - \frac{M}{1 - \mu} \left[1 - \mu \left(\frac{p}{p_c}\right)^{\frac{1 - \mu}{\mu}}\right] = 0$

Les paramètres m , M et μ sont définis au paragraphe 3.4.5.2.

Le paramètre p_{c0} provient de l'intégration de la relation différentielle « contrainte-dilatance » et il correspond au point d'intersection du potentiel plastique avec l'axe de compression isotherme.

Le paramètre p_{c0} est une pression isotrope de référence.

L'élasticité non linéaire isotrope est exprimée sous la forme incrémentale suivante :

$$d\varepsilon_{ij}^e = L_0 d\varepsilon_{ij} + B_0 \frac{dp}{3p} \delta_{ij}$$

où B_0 et L_0 sont deux paramètres de la loi,

$$\text{et } \eta_{ij} = \frac{1}{p} [\sigma_{ij} - p \delta_{ij}].$$

3.4.5.2 Détermination des paramètres du modèle de Nova

Ce modèle comporte huit paramètres, dont seulement sept sont adimensionnels et déterminés habituellement par calages successifs sur les résultats d'essais triaxiaux drainés [32] [28] :

- B_0 , paramètre lié à la déformation volumique élastique (en déchargement) ;
- L_0 , paramètre lié à la déformation déviatorique élastique (en déchargement) ;
- M , paramètre lié à l'état caractéristique du sable et à la rupture ;
- μ , paramètre lié à la rupture ;
- D , paramètre lié au phénomène de dilatance (pente de la relation de dilatance à la rupture) ;
- ℓ , paramètre lié à la déformation volumique totale ;
- m , paramètre lié à l'état caractéristique et à la courbure générale de la courbe déviateur-déformation axiale d'un essai de compression triaxiale.

Le dernier paramètre p_{c0} est une pression de référence, qui peut être calculée de plusieurs manières :

- une valeur moyenne de p_{c0} est affectée à une certaine hauteur de couche. Cette manière de procéder a pour origine le fait que, pour un essai triaxial de compression classique, le paramètre p_{c0} est égal à σ_3 si l'état isotrope des contraintes initiales est sur la surface de charge ;
- une valeur de p_{c0} est affectée à chaque point du massif en supposant que l'état des contraintes initiales se situe sur la surface de charge. Par exemple, dans chaque plan horizontal d'un massif à surface horizontale, p_{c0} a une valeur différente définie par l'équation $F(p_0, q_0, p_{c0}) = 0$. Cette détermination semble conforme aux observations expérimentales, qui montrent que les sables ne présentent pas de domaine d'élasticité initial ;
- une valeur de p_{c0} est obtenue par calage sur les résultats d'essais. Cette méthode est toutefois à déconseiller, car elle risque de faire jouer un rôle mécanique trop important à ce paramètre, qui n'est plus alors directement rattaché à l'état initial du matériau.

4. Modélisation des massifs de sols saturés

4.1 Modèles de calcul pour les massifs de sols saturés

Les sols sont constitués d'un mélange d'eau, de particules et de gaz dans des proportions variables selon les conditions extérieures (environnement, climat, etc.) : on distingue ainsi les sols saturés et quasi saturés, et les sols non saturés. Les sols saturés ou quasi saturés ont fait l'objet de très nombreuses études et aujourd'hui les lois de comportement et les modèles numériques permettent d'obtenir des résultats relativement satisfaisants par rapport aux mesures réalisées sur les ouvrages.

Le comportement des sols pulvérulents saturés (sables) est souvent représenté par une loi élastique parfaitement plastique isotrope de Mohr-Coulomb (de préférence non associée). En revanche, le comportement des sols cohérents saturés (argiles) doit être représenté par une loi de comportement élastoplastique avec écrouissage et une partie élastique linéaire anisotrope (loi MÉLANIE ou lois de type Cam-Clay anisotrope) [17] [30]. Le tableau 6 regroupe, selon la nature et l'état du sol, les caractéristiques de comportement et les modèles de calcul utilisés couramment dans la modélisation des massifs de sol saturés [35].

En revanche, pour les sols non saturés, les recherches n'ont pas encore véritablement abouti à la définition de modèles numériques validés et applicables dans les bureaux d'études. Pour cette raison, seuls les modèles de massifs de sols saturés sont décrits dans cet article. Dans un massif saturé, il est tenu compte seulement de l'eau libre (ou fluide interstitiel), qui peut se mouvoir au sein du massif de sol sous l'effet de la gravité et des chargements extérieurs. L'eau de constitution et l'eau liée aux grains ne sont pas prises en compte, car elles ne peuvent pas se mouvoir par rapport aux particules du sol dans les conditions usuelles. Le sol est assimilé à un milieu continu biphasique (solide-fluide).

En tant qu'outil de calcul, une loi de comportement validée fonctionne généralement de façon satisfaisante. Des tests réalisés sur des ouvrages réels, malgré les difficultés inhérentes à ce genre de validation expérimentale des modèles de calcul, donnent également une impression relativement favorable de la qualité de la loi de comportement. Néanmoins, un modèle de calcul conserve les limitations liées aux hypothèses faites pour le développer. Il tient compte des phénomènes essentiels dans le cas des chargements monoto-

nes ou permanents, ce qui est suffisant pour traiter la très grande majorité des problèmes de géotechnique : l'existence d'un seuil de déformabilité ou de résistance (structurale), l'effet du temps, l'anisotropie.

Tableau 6 – Comportements et modélisations des sols saturés

Nature et état du sol	Comportement	Modèle de calcul
Sols indurés et roches tendres (argiles raides, marnes, calcaires, craie, etc.).	Déformations faibles, linéaires, fonction du temps (perméabilité et viscosité). Rupture souvent fragile.	Milieu continu élastique linéaire ou non linéaire. Consolidation et fluage. Essais de laboratoire et en place.
Sols mous et sols organiques (argiles molles, vases, tourbes, etc.).	Déformations importantes, fortement non linéaires, fonction du temps (perméabilité et viscosité).	Milieu continu élastoplastique. Consolidation et fluage. Essais de laboratoire et en place.
Sols grenus (sables, graviers, etc.).	Déformations instantanées, dépendant de la densité initiale (dilatance ou contractance).	Milieu continu élastoplastique (non associé). Essais de laboratoire et en place.

Sont exclus des modèles usuels les effets des cycles (avec les phénomènes d'hystérésis et de dégradation des propriétés mécaniques du squelette du sol au fil des cycles de chargement et déchargement) et les caractéristiques mises en jeu dans les phénomènes de vibrations et de propagation d'ondes.

La **validation** d'une loi au niveau des éprouvettes de laboratoire n'est cependant pas suffisante pour lui assurer une quelconque utilité pour le calcul des ouvrages : le test des lois de comportement sur des problèmes à l'échelle des ouvrages est indispensable avant les applications aux projets. Le test de ces lois nécessite donc leur programmation préalable dans un programme de calcul par éléments finis.

4.2 Présentation succincte de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode de calcul approchée qui consiste à transformer les équations différentielles de la mécanique des milieux continus en un système linéaire fini d'équations algébriques, que l'on résout par des techniques numériques traditionnelles. Pour ce faire, le milieu réel est remplacé par un milieu équivalent contenu dans un contour polygonal, le plus proche possible du contour réel. Ce milieu équivalent est ensuite divisé en sous-domaines réguliers, appelés éléments finis (triangles et quadrilatères pour un problème plan ; hexaèdres et pentaèdres pour un problème tridimensionnel). Le champ de déplacement à l'intérieur et sur le contour de chaque élément fini est déterminé par une interpolation polynomiale entre des valeurs du champ en certains points de l'élément, appelés nœuds. L'ensemble formé par les éléments finis est appelé maillage.

Cette méthode connaît depuis une quinzaine d'années un développement considérable en géotechnique, car elle permet l'analyse du comportement des structures, des terrains et de leurs interactions, par l'évaluation des champs de déformations et de contraintes des différents volumes de matériau sous diverses sollicitations. La réalisation d'un calcul par éléments finis suppose connus la géométrie du milieu à modéliser, les limites entre les divers matériaux présents, les chargements, les conditions aux limites, la connaissance de l'état initial, les lois de comportement des matériaux, etc.

4.3 Modélisation des interactions sols-fluide-structures

La modélisation par éléments finis du fonctionnement d'un ouvrage peut mettre en évidence des phénomènes d'interaction sols-fluide-structures difficilement prévisibles par les calculs traditionnels de dimensionnement. Si la prise en compte complète et simultanée de toutes les interactions est encore du domaine de la recherche théorique, il est aujourd'hui possible, avec la capacité sans cesse croissante des ordinateurs, d'envisager la réalisation de modèles tridimensionnels, certes *simplifiés* au niveau de la description des interactions, mais qui sont très *complexes* par les géométries prises en compte.

Toutefois pour des calculs préliminaires, une analyse linéaire isotrope peut être acceptée. Il est alors recommandé d'exploiter le champ de contraintes obtenu en termes de **contraintes admissibles** en calculant en chaque point du maillage un critère de plasticité afin d'estimer la zone plastique minimale et une **distance plastique** entre l'état de contraintes généré par le chargement appliqué et l'état initial au repos. Cette approche simple est fondée sur le fait qu'un calcul en élasticité linéaire peut être considéré comme la première itération d'un calcul en comportement non linéaire.

Les mouvements de l'eau libre au sein d'un massif de sol complètement saturé sont décrits par la théorie de l'hydraulique des sols. L'analyse des mouvements d'eau dans les massifs est en effet un problème très important pour le géotechnicien, car ces mouvements peuvent modifier au cours du temps la distribution des pressions exercées sur les massifs de sol tant du point de vue mécanique (modification du poids des massifs et soulèvement hydrostatique dus aux remontées ou aux descentes de la surface libre de la nappe) que du point de vue hydraulique (évolution des forces hydrauliques). La détermination du champ de pressions interstitielles dans les massifs et de son évolution au cours du temps est donc une donnée dont il faut tenir compte pour le dimensionnement des ouvrages.

La **consolidation des sols** est un écoulement particulier suscité par des gradients hydrauliques créés par les charges imposées dès l'instant de leur application. Sous l'action de celles-ci, l'eau est évacuée vers les zones drainantes (ou de basses pressions) dans un processus transitoire au cours duquel les pressions interstitielles se dissipent progressivement. Pendant ce processus, il s'effectue au fur et à mesure de l'écoulement un transfert progressif des charges appliquées, de l'eau vers le squelette du sol. Cependant, il faut bien reconnaître que ces calculs sont longs et relativement complexes à mettre en œuvre. Aussi les ingénieurs de bureaux d'études font-ils couramment appel aux notions bien établies en mécanique des sols de comportement à **court terme** (ou comportement drainé) et à **long terme** (ou comportement non drainé) pour l'étude de la stabilité des ouvrages et pour la prévision des tassements. Il s'agit bien sûr de deux comportements extrêmes, le comportement **réel** d'un massif de sol se situe toujours entre ces deux extrêmes.

4.4 Approche simplifiée : comportements à court terme et à long terme

Les valeurs de la perméabilité gouvernent l'évolution et la durée de la consolidation des sols. Dans le cas des sols cohérents (argiles et limons), la valeur de la perméabilité étant faible, l'écoulement est très lent. Pour cette raison, on étudie traditionnellement le comportement à court terme et à long terme. En revanche, pour les sols pulvérulents (sables), l'écoulement peut être très rapide et la distinction entre les comportements à long terme et à court terme n'a généralement plus lieu d'exister.

4.4.1 Comportement à court terme des sols cohérents saturés

Sous l'effet d'un chargement rapide, l'eau n'a pas le temps de s'évacuer à cause de la faible perméabilité. Le massif de sol se déforme alors sans variation de volume et l'eau joue un rôle essentiel dans le comportement. Ce type d'analyse est important car la stabilité des sols cohérents est souvent critique immédiatement après l'application d'un chargement à cause du développement des surpressions interstitielles. L'analyse à court terme est donc utilisée dans le cas où des chargements rapides sont appliqués à un massif de sol sans drainage possible. La vidange rapide d'un barrage en terre est un exemple de ce type de sollicitation.

D'un point de vue mécanique, l'analyse théorique est effectuée en contraintes totales :

- pour une **analyse élastique linéaire isotrope**, le comportement à court terme est représenté par un coefficient de Poisson proche de 0,5 (cette condition assure la non-variation de volume en petites déformations) et un module d'Young déterminé en conditions non drainées. En pratique, dans les codes de calcul par éléments finis de type déplacements, on considère un coefficient de Poisson égal à 0,499 ;

- pour une **analyse élastoplastique isotrope**, le comportement est représenté généralement par un critère de Tresca avec un coefficient de Poisson proche de 0,5. Les autres caractéristiques de déformabilité et de résistance doivent être déterminées à partir d'essais de laboratoire réalisés en conditions non drainées.

4.4.2 Comportement à long terme des sols cohérents

Avec le temps, l'eau s'évacue progressivement et les surpressions interstitielles provoquées par le chargement se dissipent. Après cette dissipation, le régime hydraulique est permanent, les pressions interstitielles peuvent être déterminées par un calcul d'hydraulique classique et le comportement du massif de sol est devenu celui du squelette solide.

L'analyse à long terme pour les sols cohérents est utilisée pour déterminer l'état du sol à la fin de la consolidation ou lorsque les chargements sont appliqués au massif de sol assez lentement pour qu'il n'y ait pas apparition de surpressions interstitielles.

D'un point de vue mécanique, les calculs sont effectués en contraintes effectives :

- pour une **analyse élastique linéaire isotrope ou anisotrope**, le comportement à court terme est représenté par un (des) module(s) d'Young et un (des) coefficient(s) de Poisson ;

- pour une **analyse élastoplastique isotrope ou anisotrope**, le comportement est représenté généralement par un critère de Mohr-Coulomb (voir (§ 3.3.2)) ou par une loi de comportement élastoplastique avec écrouissage de type Cam-Clay ou MÉLANIE (voir § 3.4.1, § 3.4.2, § 3.4.3). Les caractéristiques de déformabilité et de résistance doivent être déterminées à partir d'essais de laboratoire réalisés en conditions drainées ou en conditions non drainées avec mesure de la pression interstitielle.

4.4.3 Comportement des sols pulvérulents

Dans le cas des sols pulvérulents, l'écoulement de l'eau est en général très rapide à cause de la valeur élevée de la perméabilité. Le mouvement de l'eau s'effectue donc presque instantanément depuis les zones chargées vers les zones moins chargées. Avec une approximation raisonnable, le comportement du massif de sol n'est régi que par le comportement du squelette solide (empilement des particules du sol). Le massif de sol est donc drainé presque instantanément. L'analyse d'un ouvrage dans un massif sableux est donc réalisée souvent en conditions totalement drainées (comportement à long terme). Les caractéristiques de déformabilité et de résistance doivent donc être également déterminées à partir d'essais de laboratoire drainés.

4.5 Méthode des éléments finis et élaboration des modèles

4.5.1 Hypothèses de calcul et modèles numériques

Le choix des hypothèses de calcul et, notamment, d'un modèle de comportement pour chaque sol présent dans l'ouvrage à étudier doit tenir compte des contraintes économiques et de délai de l'étude (durée des calculs, temps passé par les ingénieurs à réaliser l'étude numérique), et aussi des informations disponibles sur les différents aspects du problème. Par ailleurs, une trop grande complexité du modèle numérique peut créer des risques d'erreurs importants et rendre l'exploitation des calculs inextricable à cause du nombre des variables calculées.

La modélisation par éléments finis d'un ouvrage est donc constituée par un ensemble d'**hypothèses**, toujours simplificatrices, et la mise en œuvre d'une **suite de modèles**, chacun plus ou moins approché :

- modèle géométrique (maillage, limites entre les couches, discontinuités, etc.) ;
- modèle de charge (estimation des forces et des pressions, des déplacements imposés, définition du phasage des travaux, conditions aux limites, décomposition en incréments pour la résolution en comportement non linéaire, etc.) ;
- modèle hydraulique (sol saturé, état initial, écoulement permanent ou transitoire, position de la surface libre, consolidation, etc.) ;
- modèles de matériaux (élasticité, élastoplasticité, viscoplasticité, etc.) ;
- modèle d'évolution (choix des pas de temps à considérer, historique des charges) ;
- modèles de structures (poutres, coques, plaques, élasticité, élastoplasticité, etc.) ;
- modèles d'interaction sol-structures (lois d'interface, modules de réaction, etc.).

Ces hypothèses ne sont pas fondamentalement différentes de celles de toutes les études géotechniques, mais la complexité plus grande des modèles de calcul oblige à fixer plus de conditions et à déterminer plus de paramètres que dans les calculs courants.

Pour que les résultats demeurent réalistes, les hypothèses de calcul ne doivent pas négliger les aspects essentiels d'un problème : par exemple, on ne peut négliger les aspects mécaniques liés au frottement dans la modélisation d'un pieu, ni les effets du front de taille dans la modélisation du creusement d'un tunnel, ni les effets des écoulements transitoires dans les sols peu perméables, etc. On peut se permettre beaucoup d'hypothèses et d'approximations seulement si l'on a bien repéré et modélisé les caractères essentiels du comportement de l'ouvrage étudié. En général, l'observation d'ouvrages réels permet de mettre en évidence ces caractères essentiels.

L'expérience et l'art de l'ingénieur doivent décider des hypothèses à retenir en fonction des informations dont il peut disposer : reconnaissance géotechnique, essais de laboratoire ou in situ, type de l'ouvrage à construire et nature des sollicitations. Puis la détermination des paramètres des modèles est effectuée à partir des résultats des études géologiques et géotechniques du site considéré et des caractéristiques du projet (tableau 7).

4.5.2 Hypothèses sur le comportement des matériaux

Le comportement des matériaux est l'un des aspects fondamentaux pour la modélisation numérique. Les lois de comportement utilisées couramment en mécanique des sols permettent, malgré leurs nombreuses insuffisances, de mener un certain nombre d'analyses indispensables dans les grands projets de géotechnique. Ainsi,

Tableau 7 – Élaboration des modèles et étude géotechnique

Modélisation	Reconnaissance in situ	Essais de laboratoire
Modèle géométrique	Topographie et coupe géologique, sondages. Plan des constructions voisines.	
Modèles de charge	Ordre de grandeur des efforts transmis par des constructions voisines, surcharges de service, sismicité.	
Modèle hydraulique	Étude hydrogéologique, fluctuation de la nappe, essai de perméabilité.	Essai de perméabilité.
Modèles pour les matériaux	Prélèvement, identification des matériaux, état de fissuration. Essais in situ, variabilité des propriétés mécaniques, état initial des contraintes.	Essais de résistance et de déformabilité (essais de compression et de traction, essais triaxiaux et œdométriques).
Modèles pour les structures	Hypothèses sur les structures à construire et essais en vraie grandeur sur des structures élémentaires.	Essais sur modèles réduits ou centrifugés. Essais en vraie grandeur sur des structures élémentaires.
Modèles d'interaction sol-structures	Essais de chargement en vraie grandeur (cas des fondations profondes).	Essais à la boîte de cisaillement. Essais de frottement ou d'arrachement.

L'approche du comportement des sols peut être plus ou moins complexe selon l'analyse envisagée :

- pour une analyse sommaire, une loi de comportement élastique isotrope linéaire est généralement suffisante ;
- pour une prévision de déplacements et/ou une analyse de stabilité, un critère de plasticité doit être choisi et un calcul de type élastoplastique parfait réalisé (critère de Mohr-Coulomb défini par un angle de frottement et une cohésion, pour les sols pulvérulents et les sols fins en conditions drainées, ou critère de Tresca pour les sols fins en conditions non drainées) ;
- pour une analyse fine en déformations (avec éventuellement la possibilité de se recalculer sur des résultats de calcul avant de faire des prévisions), une loi de comportement *évolutive* (élastoplastique avec écrouissage ou viscoplastique) est recommandée ;
- lorsqu'une évaluation des surpressions interstitielles est nécessaire, l'analyse doit être menée en tenant compte de la consolidation du sol.

Toutefois, les conditions de mise en œuvre des lois évoluées (nombre élevé de paramètres à déterminer, essais à réaliser, signification physique des paramètres, lois de chargement adaptées) les rendent bien souvent impraticables sans l'aide d'un spécialiste en rhéologie. Les ingénieurs chargés d'une étude préfèrent alors utiliser des lois élastoplastiques parfaites comme celle de Mohr-Coulomb, qui font appel à des données familières et facilement accessibles, même si leurs résultats ne correspondent pas toujours à la réalité.

L'autre raison fondamentale qui limite le choix à des lois de comportement simples ou classiques est la méconnaissance de l'état initial des matériaux ou de leur degré d'hétérogénéité ; cette remarque concerne essentiellement les ouvrages pour lesquels le sol en place exerce une influence majeure sur les comportements (socles de barrage, tunnels ou ouvrages souterrains en général). Par exemple, l'effet d'échelle traduit la difficulté de connaître avec précision les hétérogénéités locales ou les fractures initiales dans le massif environnant. Dans ce cas, ce n'est pas la modélisation numérique qui fait obstacle à la prise en compte de lois de comportement complexes, mais la méconnaissance des données initiales caractérisant l'environnement de l'ouvrage.

Bien maîtrisées et bien employées, les lois de comportement évoluées apportent une aide précieuse et relativement réaliste pour la compréhension des mécanismes de déformation des ouvrages et des massifs de sol. Mais ce type de modélisation demeure encore souvent du domaine de la recherche, ou des calculs exploratoires, et ne peut être considéré seul comme une méthode de dimensionnement courante.

4.5.3 État initial hydraulique et mécanique

L'état initial des contraintes et de la pression interstitielle dans un massif naturel constitue également une donnée importante pour le calcul. Cet état est difficile à déterminer car les contraintes initiales peuvent avoir des origines bien diverses :

- dans les massifs de sols raides ou de roches, ou encore dans les sols de grande profondeur, les contraintes initiales peuvent s'écarter notablement de l'état géostatique. En effet, elles sont liées à l'histoire géologique, dont la connaissance est généralement insuffisante pour en déduire une évaluation réaliste, et l'orientation des contraintes principales peut être tout à fait quelconque. La mesure des contraintes initiales in situ, mesure en général très difficile (sondages et galeries d'essais), peut aider à prendre en compte un état de chargement initial représentatif ;
- dans les sols de surface, il est raisonnable de supposer que les contraintes principales sont verticale et horizontale, et qu'elles sont dues au poids des terrains actuels ou ayant existé antérieurement sur le site.

Pour les massifs à surface horizontale, le procédé de calcul habituel de l'état initial des contraintes consiste à estimer que la contrainte verticale équilibre le recouvrement des terrains, et que la contrainte effective horizontale est une proportion K_0 de la contrainte effective verticale. Le coefficient K_0 est appelé coefficient de pression des terres au repos. Son influence sur le calcul est importante : le choix d'une valeur supérieure ou inférieure à 1 peut inverser totalement l'allure des résultats numériques (les valeurs supérieures à 1 ne se rencontrent que dans les sols fortement surconsolidés).

Pour les terrains inclinés, l'état initial des contraintes n'est jamais connu de façon certaine. On cherche à l'approcher soit par des mesures in situ, soit en simulant la formation de la pente par un calcul en éléments finis (application des poids volumiques pour une formation de type *dépôt* ; excavation pour une formation de type *érosion*).

La connaissance de l'état initial hydraulique est liée à la prise en compte de l'effet de l'eau dans les massifs de sol.

4.5.4 Utilisation des lois de comportement évoluées

Si les modèles d'éléments finis élaborés aujourd'hui deviennent très complexes à cause des géométries tridimensionnelles considérées, il semble que les ingénieurs de bureaux d'études privilégient

encore des analyses très simplifiées en élasticité linéaire ou en élastoplasticité parfaite, et ne réalisent qu'exceptionnellement des analyses couplées en contraintes effectives (consolidation des sols). La simplicité de la description du comportement des sols fait qu'il faut tenir compte de la représentativité des modèles lors de l'exploitation et de l'interprétation des résultats vis-à-vis du projet. En particulier, le problème de la validité des études paramétriques se pose, car n'importe quel modèle simpliste ou simplifié ne peut être considéré comme une approximation acceptable de n'importe quel comportement réel.

Les ingénieurs n'utilisent donc pratiquement jamais de lois de comportement évoluées (par exemple, des lois élastoplastiques avec écrouissage), ou alors seulement dans le cadre d'études a posteriori afin d'expliquer certains mécanismes de déformation ou de rupture dans les ouvrages. Cette constatation peut s'expliquer par :

- un manque de validations pour les lois de comportement évoluées et des études paramétriques délicates à mener, longues et coûteuses ;
- une durée de calcul trop importante (capacité encore insuffisante des ordinateurs ou des stations de travail courantes) ;
- l'absence de ces lois dans les codes de calcul généraux ;
- le manque de données pour estimer les paramètres mécaniques des modèles ;
- une correspondance parfois peu évidente entre ces paramètres et les paramètres usuels de la mécanique des sols.

4.6 Pratique de la modélisation numérique

En pratique, l'étude du comportement d'un ouvrage de géotechnique peut être arbitrairement divisée en cinq phases :

- la reconnaissance géotechnique et sa synthèse ;
- la schématisation des sols, de l'ouvrage et des sollicitations ;
- le choix du ou des modèles de calcul et l'exécution des calculs ;
- l'analyse des résultats et leur interprétation ;
- la décision finale de l'ingénieur.

La taille du projet et les enjeux financiers conditionnent l'importance des reconnaissances géotechniques, des prélèvements de sol et des essais en laboratoire, la finesse de l'analyse du problème, les critères de sécurité et de dimensionnement et, éventuellement, le suivi des travaux par des mesures réalisées sur le chantier. La modélisation se ressent de ces enjeux : l'utilisation pratique des calculs en éléments finis dépend du problème traité, de la complexité géométrique et aussi de l'importance de l'ouvrage. Dans la plupart des études de géotechnique, l'utilisation des méthodes traditionnelles de la mécanique des sols est amplement suffisante et il n'y a que pour les situations compliquées que des méthodes d'analyse complémentaires sont nécessaires.

La nature complexe des sols et la grande variation de leurs caractéristiques mécaniques sur un site donné suggèrent donc une grande prudence dans l'emploi des méthodes de calcul numérique. Les données des expériences de laboratoire ne doivent fournir qu'une première estimation et il est prudent d'effectuer un premier calcul en élasticité linéaire afin d'avoir une idée sur les phénomènes mis en jeu, puis des calculs non linéaires en faisant varier dans une certaine plage les paramètres de comportement autour de la première estimation en comportement non linéaire. S'il existe des mesures en place, ces résultats permettent d'ajuster progressivement les valeurs des paramètres et de mieux décrire le comportement global.

En phase de projet, une analyse en élasticité linéaire est acceptable dans les cas suivants :

- le coefficient de sécurité de l'ouvrage est suffisamment élevé pour que les déformations restent élastiques ou que la plasticité soit très peu étendue ;

— une rupture localisée est mise en évidence par un calcul de critère à partir des contraintes élastiques, mais l'étendue de la zone plastique est faible et ne risque pas d'engendrer un mécanisme plastique dans les zones étudiées.

4.7 Calculs prévisionnels et limitations actuelles des modèles numériques

Malgré leurs progrès très importants, les calculs en déformations n'ont pas supplanté les méthodes traditionnelles d'étude de la stabilité des ouvrages (fondées sur le calcul à la rupture) et des progrès restent encore à faire. Les méthodes numériques de calcul des déformations demeurent néanmoins un outil très précieux pour l'analyse des ouvrages de géotechnique dans des conditions de projet.

La capacité des méthodes numériques pour les études prévisionnelles est principalement liée à la pertinence des équations du problème théorique et à la possibilité de les résoudre correctement à l'aide d'une méthode numérique. Ces aspects théoriques sont aujourd'hui bien maîtrisés par les mathématiciens et les numériciens. Ainsi, la méthode des éléments finis est devenue un outil numérique très puissant, qui permet de résoudre des systèmes d'équations différentielles représentant le comportement d'un milieu physique continu avec éventuellement la présence de singularités.

Les limitations d'emploi ne sont pas liées directement à cette méthode de calcul mais, d'une part, à la complexité de la traduction du problème physique étudié en un système d'équations (par exemple pour les sols : problème du mélange des phases liquide, gazeuse et solide) et, d'autre part, à la représentativité des lois de comportement des matériaux en place et de la modélisation des interfaces (non-linéarité, rupture, anisotropie, viscosité, etc.).

S'il est vrai qu'il vaut mieux utiliser un modèle tridimensionnel qu'un modèle bidimensionnel, qu'il est préférable de traiter le sol comme un milieu triphasé que comme un milieu biphasé ou a fortiori monophasé, il reste qu'il **faut** faire des calculs et fournir des résultats dans des délais souvent courts. Cette obligation donne toute sa force au pouvoir de l'ingénieur et aux limites qu'il doit s'imposer. Ces limites sont liées à la fois aux hypothèses et au domaine de validité des modèles, mais également aux théories et méthodes sous-jacentes.

Les modélisations prévisionnelles conduisent encore à des résultats qualitatifs parfois difficilement exploitables et il n'est pas facile de parvenir au quantitatif pour les ouvrages réels sans prendre en compte de manière fine tous les aspects physiques, mécaniques et hydrauliques observés. Parmi ces aspects, il faut citer la simulation des problèmes de contact entre les sols et les structures, la modélisation du renforcement des sols, le comportement des sols non saturés et l'écoulement de l'eau dans les massifs. Des recherches se poursuivent activement dans ces domaines et il est raisonnable de penser qu'il sera bientôt possible de modéliser de manière satisfaisante de tels problèmes. Cependant, il subsistera toujours des problèmes « simples » que l'ingénieur ne saura sans doute jamais réellement traiter, comme la mise en place de structures dans un sol (fonçage, battage, clouage, vibrofonçage, forage, malaxage, etc.), la prise en compte de l'histoire complète des sollicitations subies par le sol ou, d'une manière plus générale, *la réalité du chantier*.

À l'heure actuelle, des écarts du simple au double entre les résultats de calculs prévisionnels, utilisant les données de laboratoire, et les mesures sur site sont souvent considérés comme satisfaisants. Par ailleurs, même si un calcul simule d'une manière globalement satisfaisante le comportement d'un ouvrage, il existe toujours des endroits dans le massif de sol où le comportement est mieux modélisé et d'autres où il l'est moins bien. En particulier, il est souvent difficile de bien reproduire à la fois les déplacements verticaux et

horizontaux dans le massif de sol aux endroits caractéristiques du fonctionnement de l'ouvrage (cas des remblais et des tunnels, par exemple). Une étude plus détaillée de la variation des paramètres mécaniques du sol et un ajustement progressif des valeurs de paramètres permettent souvent a posteriori une amélioration quantitative des résultats. Pour toutes ces raisons, une méthode de calcul générale comme les éléments finis ne peut être encore considérée comme une méthode de dimensionnement courante.

5. Conclusion et perspectives

Depuis une trentaine d'années, l'analyse théorique des déformations à l'aide des méthodes numériques et, notamment, des éléments finis, a permis de réaliser des progrès importants dans la compréhension du fonctionnement des ouvrages de géotechnique.

Toutefois, il reste encore des efforts à faire pour parvenir à des prévisions réalistes. Ces efforts ne seront véritablement efficaces et la modélisation par éléments finis ne fournira une aide fiable à l'ingénieur que si de réels progrès sont réalisés conjointement :

- dans la caractérisation du comportement des sols saturés et non saturés (rhéologie, essais de laboratoire) ;
- dans la détermination des paramètres « moyens » des lois de comportement ;
- dans l'instrumentation et dans la réalisation des essais in situ.

Ce développement conjoint est motivé par la nécessité de progresser dans la connaissance du comportement des ouvrages, mais aussi par le souci de valider les modèles par des confrontations entre les résultats numériques et des mesures expérimentales fiables.

Références bibliographiques

- [1] AUBRY (D.), HUJEU (J.-C.), LASSOUDIÈRE (F.) et MEIMON (Y.). – *A double memory model with multiple mechanisms for cyclic soil behavior*. Proc. International Symposium on Numerical Models In Geomechanics, Zürich, pp. 3-13, 1982.
- [2] BOULON (M.). – *Rhéologies et codes de calcul*. In *Manuel de rhéologie des géomatériaux*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 349-369, 1987.
- [3] BURLAND (J.B.) et ROSCOE (K.H.). – *On the generalized stress-strain behaviour of wet clay*. In *Engineering Plasticity*. Heyman-Lecture, Cambridge, 1968.
- [4] CAMBOU (B.) et JAFARI (K.). – *Modèle de comportement des sols non cohérents*. Revue Française de Géotechnique, vol. 44, pp. 43-55, 1988.
- [5] DARNE (F.). – *L'écriture incrémentale des lois rhéologiques et les grandes classes de lois de comportement*. In « Manuel de rhéologie des géomatériaux », Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 129-149, 1987.
- [6] DUNCAN (J.M.) et CHANG (C.Y.). – *Non linear analysis of stress and strain in soils*. ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, n° SM5, pp. 1629-1653, 1970.
- [7] DUNCAN (J.M.). – *The role of advanced constitutive relations in practical applications*. Proc. 13th International Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, New-Delhi, vol. 5, pp. 31-48, 1994.
- [8] GERMAIN (P.). – *Cours de mécanique des milieux continus*, tome 1 : *Théorie générale*, Éditions Masson, Paris, 1973.
- [9] HALPHEN (B.) et HUET (C.). – *Cours de matériaux de construction. Déformabilité*, ENPC, 1979.
- [10] HETTLER (A.) et VARDOLAKIS (I.). – *Behaviour of dry sand tested in a large triaxial apparatus*. Géotechnique, vol. 34, n° 2, pp. 183-198, 1984.
- [11] HICHER (P.-Y.). – *Comportement mécanique des argiles saturées sur divers chemins de sollicitations monotones et cycliques. Application à une modélisation élastoplastique et viscoplastique*. Thèse de Doctorat d'État, Université Pierre-et-Marie-Curie, 1985.
- [12] HUJEU (J.C.). – *Calcul numérique de problèmes de consolidation élastoplastique*. Thèse de docteur-ingénieur, École Centrale de Paris, 1979.
- [13] KATTAN (A.). – *Fluage et consolidation des sols saturés et quasi-saturés. Analyse numérique*. Thèse de doctorat de l'École nationale des ponts et chaussées, Paris, 199 p., 1990.
- [14] LADE (P.L.). – *Double hardening constitutive model for soils, parameter determination and predictions for tow sands*. Proceedings, International Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-cohesive Soils, Cleveland, Ohio, July 1987. « *Constitutive Equations for Granular Non-cohesive Soils* », A. Saada & G. Bianchini Ed., A.A. Balkema, Rotterdam, pp. 367-382, 1989.
- [15] LANIER (J.). – *Développements récents des essais en laboratoire*. In « Manuel de rhéologie des géomatériaux ». Presses de l'École Nationale des ponts et chaussées, Paris, pp. 15-31, 1987.
- [16] LÉPIDAS (I.) et MAGNAN (J.P.). – *Fluage et consolidation des sols argileux : modélisation numérique*. Laboratoire central des ponts et chaussées. Rapport de recherche LPC n° 157, 172 pages, 1990.
- [17] LEROUEIL (S.), MAGNAN (J.P.) et TAVENAS (F.). – *Remblais sur argiles molles*. Éditions Lavoisier, 342 p., 1985.
- [18] LUONG (M.T.). – *Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents*. Revue Française de Géotechnique, n° 10, pp. 39-53, 1980.
- [19] MAGNAN (J.P.). – *Modélisation numérique du comportement des argiles molles naturelles*. Laboratoire central des ponts et chaussées, Rapport de recherche LPC, n° 141, 255 p., 1986.
- [20] MAGNAN (J.P.). – *Validation des méthodes de calcul des déformations des sols mous par comparaison avec le comportement des ouvrages*. Symposium franco-soviétique VNIIOISP-LCPC, Moscou, avril 1989. Laboratoire central des ponts et chaussées, Rapports des laboratoires, GT 39, pp. 47-84, 1989.
- [21] MAGNAN (J.P.). – *Les remblais d'essais sur argiles molles de Muar Flats (Malaisie)*. Études et recherches des laboratoires des ponts et chaussées, série Géotechnique, GT 52, 66 p., 1992.
- [22] MAGNAN (J.P.), SHAHANGUIAN (S.) et JOSSEAUME (H.). – *Étude en laboratoire des états limites d'une argile molle organique*. Revue française de Géotechnique, n° 20, pp. 13-19, 1982.
- [23] MAGNAN (J.P.) et MESTAT (Ph.). – *Utilisation des éléments finis dans les projets de géotechnique*. Annales de l'ITBTP, n° 509, décembre 1992, série Sols et Fondations 216, pp. 81-108, 1992.
- [24] MAGNAN (J.-P.) et PIYAL (M.). – *Mesure des paramètres d'élasticité anisotrope de l'argile molle organique de Cubzac-les-Ponts dans le domaine surconsolidé*. Revue Française de Géotechnique, n° 33, pp. 5-18, 1984.
- [25] MANDEL (J.). – *Cours de mécanique des milieux continus*, tomes 1 et 2, Éditions Gauthier-Villars, 1996.
- [26] MANDEL (J.). – *Propriétés mécaniques des matériaux*. Éditions Eyrolles, 1978.
- [27] MATSUOKA (H.) et NAKAI (T.). – *Stress-strain and strength characteristics of soil under three different principal stresses*. Proc. Japanese Society of Civil Engineers, n° 232, pp. 59-70, 1974.
- [28] MESTAT (Ph.), DEGNY (E.), CHAMBON (P.) et SEKKATE-RHANOU (Z.). – *Détermination des paramètres du modèle de Nova à partir d'un essai triaxial*. Rhéologie des Matériaux du Génie Civil, 25^e colloque du Groupe Français de Rhéologie, Grenoble, pp. 173-184, 1990.
- [29] MESTAT (Ph.), MAGNAN (J.P.), FRANK (R.) et HUMBERT (P.). – *La méthode des éléments finis : un outil pour la géotechnique*. Comptes rendus, Colloque International « Géotechnique et informatique », Paris, Presses de l'ENPC, Paris, pp. 285-299, 1992.
- [30] MOURATIDIS (A.) et MAGNAN (J.P.). – *Modèle élastoplastique anisotrope avec écrouissage pour le calcul des ouvrages sur sols compressibles*. Laboratoire central des ponts et chaussées, Paris, Rapport de recherche LPC n° 121, 128 p., 1983.
- [31] NOLL (W.). – *A mathematical theory of the mechanical behaviour of continuous media*. Arch. Rational Mech. Anal., pp. 197-226, 1958.
- [32] NOVA (R.). – *A model of soil behaviour in plastic and hysteretic ranges*. International Workshop on Constitutive Behaviour of Soils, Grenoble, pp. 289-309, 1982.

- [33] OKA (F.), ADACHI (T.) et OKANO (Y.). – *Two-dimensional consolidation analysis using an elasto-viscoplastic constitutive equation*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 10, n° 1, pp. 1-10, 1986.
- [34] OWEN (D.R.J.) et WILLIAMS (M.). – *On the time derivatives of equilibrated response functions*. ARMA, vol. 33, n° 4, pp. 288-306, 1969.
- [35] PRAT (M.), BISCH (Ph.), MESTAT (Ph.), MILLARD (A.) et PIJAUDIER-CABOT (G.). – *La modélisation des ouvrages*. Collection Emploi des éléments finis en génie civil. Éditions Hermès, 778 p. 1995.
- [36] ROSCOE (K.H.), SCHOFIELD (A.N.) et WROTH (C.P.). – *On the yielding of soils*. Géotechnique, vol. 8, n° 1, pp. 22-53, 1958.
- [37] ROWE (P.W.). – *Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil*. Proc. Roscoe Memorial Symposium « Stress-strain behaviour of soils », pp. 143-194, 1971.
- [38] SALENÇON (J.). – *Mécanique des milieux continus*. Tomes 1 et 2, Éditions Ellipses, 1988.
- [39] SEKIGUSHI (H.) et OHTA (H.). – *Induced anisotropy and time dependency in clays*. In *Constitutive equations of soils*, Proceedings of the Specialty Session n° 9, 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo, pp. 229-238, 1977.
- [40] SHAHROUR (I.). – *Modélisation et validation en génie civil*. Mémoire présenté en vue d'obtenir l'habilitation à diriger des recherches, Université des Sciences et techniques de Lille-Flandres-Artois, 1988.
- [41] STUTZ (P.). – *Lois de comportement : principes généraux*. In « Manuel de Rhéologie des Géomatériaux », Presses de l'ENPC, Paris, 402 p., pp. 103-127, 1987.
- [42] STROUD (M.A.). – *The behaviour of sand at low stress levels in the simple shear apparatus*, PhD Thesis at Cambridge University, U.K., 1971.
- [43] TAVENAS (F.) et LEROUÉIL (S.). – *Les concepts d'état limite et d'état critique et leurs applications à l'étude des argiles*. Revue Française de Géotechnique, n° 6, pp. 27-49, 1979.
- [44] ZIENKIEWICZ (O.C.) et NAYLOR (D.J.). – *The adaptation of critical state soil mechanics theory for use in finite elements*. In « Stress-strain behaviour of soils », RHG Parry ed., G.T. Foulis and Co, Henley-on-Thames, England, pp. 537-547, 1972.
- [45] ZITOUNI (Z.). – *Comportement tridimensionnel des sables*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, 286 p., 1988.

Dans les Techniques de l'Ingénieur

- [46] MAGNAN (J.P.). – *Résistance au cisaillement*. C 216. (1991). Traité Construction, volume C 21.
- [47] MAGNAN (J.P.) et SOYEZ (B.). – *Compressibilité. Consolidation. Tassement*. C 214 (1988). Traité Construction, volume C 21.